№ 2375 МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РФ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
«НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ «МИСиС»

Кафедра физики

Д.Е. Капуткин
В.В. Пташинский
Ю.А. Рахштадт

Электричество и магнетизм

Учебное пособие
для практических занятий по физике

Часть 2

Под редакцией профессора В.В. Пташинского

Рекомендовано редакционно-издательским
советом университета

МИСиС
ИЗДАТЕЛЬСКИЙ ДОМ

Москва 2013

УДК 530.1
К20

Р е ц е н з е н т
доц. *Ю.В. Осипов*

Капуткин, Д.Е.
К20 Электричество и магнетизм : учеб. пособие для практ. занятий по физике / Д.Е. Капуткин, В.В. Пташинский, Ю.А. Рахштадт. – М. : Изд. Дом МИСиС, 2013. – 91 с.
ISBN 978-5-87623-741-5

Данный сборник предназначен для студентов НИТУ «МИСиС» всех направлений подготовки и содержит задачи по основным разделам общего курса физики для самостоятельного решения при выполнении домашних заданий. В сборнике имеются краткие методические указания по выполнению заданий. Приведены примеры решения и оформления задач, а также задачи для самостоятельного решения. В приложении содержатся некоторые справочные данные.

УДК 530.1

ISBN 978-5-87623-741-5

ОГЛАВЛЕНИЕ

Методические указания по выполнению заданий 5
Глава 3. Электростатика 7
3.1. Электрические поля точечных и распределенных зарядов. Взаимодействие зарядов 7
Примеры решения задач 8
Домашние задания 14
3.2. Поле электрического диполя. Электрический диполь в электростатическом поле 17
Примеры решения задач 18
Домашние задания 20
3.3. Емкость. Конденсаторы и их соединения 22
Примеры решения задач 23
Домашние задания 24
3.4. Движение в электростатическом поле 26
Примеры решения задач 26
Домашние задания 29
Глава 4. Постоянный ток 32
4.1. Законы Кирхгофа 32
Примеры решения задач 33
Домашние задания 34
4.2. Электрический ток в металлах 36
Примеры решения задач 38
Домашние задания 39
4.3. Электрический ток в жидкостях 40
Примеры решения задач 41
Домашние задания 42
Глава 5. Электромагнетизм 44
5.1. Магнитное поле 44
Примеры решения задач 45
Домашние задания 47
5.2. Движение в магнитном поле 49
Примеры решения задач 49
Домашние задания 52
5.3. Движение в совместных электрическом и магнитном полях 54
Примеры решения задач 54
Домашние задания 56
5.4. Электромагнитная индукция 58

Примеры решения задач 59
Домашние задания 62
Глава 6. Электрический колебательный контур 67
6.1. Собственные колебания 67
Примеры решения задач 68
Домашние задания 70
6.2. Затухающие колебания 71
Примеры решения задач 72
Домашние задания 73
Глава 7. Электромагнитные волны 76
7.1. Основные законы, уравнения и формулы 76
7.2. Эффект Доплера в оптике 77
Примеры решения задач 77
Домашние задания 79
Задачи для самостоятельной подготовки 81
Электрическое поле 81
Постоянный ток 82
Электромагнетизм 83
Приложение 85
Библиографический список 90

Методические указания по выполнению заданий

Решение физических задач является необходимой составной частью изучения курса физики. Знакомясь с основными физическими законами, нужно учиться применять их к решению конкретных задач.

При практическом исследовании из всей совокупности физических величин, характеризующих какой-либо процесс или объект, одни удается измерить непосредственно, другие вычисляются косвенным путем на основании известных зависимостей. При использовании различных методов исследования те величины, которые измерялись непосредственно в одном случае, оказываются неизвестными, искомыми в другом. Поэтому надо уметь подходить к анализу одного и того же явления с различных сторон, базируясь на различных совокупностях исходных данных.

Но нахождение аналитического выражения, определяющего искомую величину через исходные данные, решение задачи в общем виде – это только часть дела. Ни одна задача, с которой в своей практической деятельности встречается инженер или научный сотрудник, не может считаться полностью решенной, пока не получено численное значение искомой величины. Только тогда теоретический результат имеет практическую ценность, когда он может быть сопоставлен с экспериментальным. Поэтому умение вычислять результат с требуемой точностью по полученной формуле является совершенно необходимым. При подстановке исходных данных в окончательную формулу необходимо следить за используемыми единицами измерения, уметь оценить порядок получаемого результата.

Помещенные в данном сборнике задачи сгруппированы по главам, охватывающим основные разделы общего курса физики. К каждой задаче, сформулированной в общем виде, дается в форме таблицы по 5 наборов числовых данных, обозначенных соответствующими номерами /Шифрами/. Величина, числовое значение которой требуется определить в данном Шифре, обозначается знаком «?». Величины, обозначенные «–», для решения данного Шифра не требуются, определять их не нужно.

Единицы измерения, в которых необходимо выразить определяемую величину, указаны в заголовке соответствующей графы таблицы числовых данных. Во многих случаях используются единицы, дольные или кратные по отношению к единицам системы СИ, а также другие единицы, применяемые в науке и технике. Таблицы единиц измерения физических величин, соотношения между различными единицами, приставки для образования кратных и дольных единиц, а также значения основных физических и астрономических постоянных содержатся в приложении /табл. 1–3/.

В домашние задания, выполняемые студентами при изучении курса физики, включаются задачи из настоящего сборника. Сроки сдачи домашних заданий устанавливаются семестровым графиком учебных занятий студентов. Номер варианта и номер задач, входящих в каждое задание, определяются маршрутом выполнения домашних заданий в соответствии с порядковыми номерами студентов по списку группы. Номер Шифра выбирается также в соответствии с номером студента по списку согласно таблице:

Шифр	1	2	3	4	5
№№ СТУДЕНТОВ	01, 06, 11, 16, 21, 26	02, 07, 12, 17, 22, 27	03, 08, 13, 18, 23, 28	04, 09, 14, 19, 24, 29	05, 10, 15, 20, 25, 30

Задание должно быть оформлено в отдельной тонкой тетради школьного типа, на обложке которой указываются: группа, фамилия, порядковый номер студента по списку группы, номер задания, номер варианта, номер задач по сборнику, Шифр.

При решении каждой задачи необходимо записать условия, дать чертеж, поясняющий задачу. На чертеже указать все рассматриваемые объекты, обозначения, векторы, систему координат. Разъяснить роль идеализации и допущений, сделанных в задаче.

Следует обосновать использование тех или иных физических законов и дать их математическую запись применительно к рассматриваемой задаче. Выбрать при этом наиболее удобную для решения систему единиц / желательно систему СИ /. Решить полученную систему уравнений и записать ответ / если возможно / в аналитическом виде. Затем произвести проверку размерности результата, а также дать анализ полученного ответа.

Числовые данные следует подставлять в формулу только после того, как задача решена в общем виде. При этом их надо предварительно выразить в единицах одной системы / например, СИ / – той же системы, в которой записаны все формулы. В случае, когда и в числитель, и в знаменатель формулы входят однородные величины / например, длина / с одинаковыми показателями степени, их допускается выражать в любых, но обязательно одинаковых единицах.

После подстановки числовых данных производится вычисление значения неизвестной величины. При расчетах следует руководствоваться правилами приближенных вычислений /например, если сомножители содержат по 4 значащих цифры, то и произведение следует округлить до 3 значащих цифр, избегая лишних десятичных знаков /.

Получив результат, необходимо указать сокращенное наименование или размерность единицы измерения искомой величины в той системе, в которой производилось вычисление. Затем, если нужно, выразить ответ в тех единицах, которые указаны в заголовке соответствующей графы таблицы числовых данных.

ГЛАВА 3. ЭЛЕКТРОСТАТИКА

3.1. Электрические поля точечных и распределенных зарядов. Взаимодействие зарядов

Основные законы, уравнения и формулы

Величина заряда зависит от плотности распределения заряда и от размеров заряженного тела:

$$\left.\begin{aligned} Q &= \iiint\limits_V \rho \mathrm{d}V, \\ Q &= \iint\limits_S \sigma \mathrm{d}S, \\ Q &= \int\limits_\ell \lambda \mathrm{d}\ell \end{aligned}\right\} \tag{3.1.1}$$

В формулах (3.1.1) ρ, σ и λ – *объемная*, *поверхностная* и *линейная плотности* распределения заряда в объеме V, по поверхности S и на длине ℓ соответственно.

Электрическая сила, действующая со стороны поля напряженностью $\vec{E}$ на заряд Q, равна

$$\vec{F}^{э} = Q \cdot \vec{E}\,. \tag{3.1.2}$$

Напряженность кулоновского электрического поля неподвижного точечного заряда

$$\vec{E}(\vec{r}) = k\frac{Q}{\varepsilon r^2} \cdot \frac{\vec{r}}{r}, \tag{3.1.3}$$

где заряд Q – источник поля, ε – диэлектрическая проницаемость среды.

Закон Кулона: Электрическая сила, действующая между двумя *точечными* зарядами Q_1 и Q_2:

$$\vec{F}^{\,э}_{1\to 2} = k\frac{Q_1 Q_2}{\varepsilon r^2}\frac{\vec{r}_{12}}{r}, \qquad (3.1.4)$$

Силовая (векторная) характеристика электрического поля $\vec{E}$ и *энергетическая* (скалярная) характеристика поля – потенциал φ связаны друг с другом соотношением:

$$\vec{E} = -\mathrm{grad}\varphi,$$

где gradφ (*градиент потенциала*) – вектор, направленный в сторону быстрейшего увеличения потенциала поля.

Потенциал поля точечного заряда Q:

$$\varphi = k\frac{Q}{\varepsilon r}. \qquad (3.1.5)$$

Принцип суперпозиции полей: $\vec{E} = \sum_i \vec{E}_i$, $\varphi = \sum_i \varphi_i$. (3.1.6)

где $\vec{E}_i$ – напряженность и φ_i – потенциал электрических полей, которые создавались бы каждым из зарядов этой системы в отсутствие остальных.

Теорема Гаусса: Поток Φ вектора $\vec{E}$ через произвольную замкнутую поверхность S:

$$\Phi = \oint\!\!\!\oint_S \left(\vec{E}d\vec{S}\right) = \frac{q}{\varepsilon_0}, \qquad (3.1.7)$$

где q – суммарный заряд внутри поверхности S, $\varepsilon_0 = \frac{1}{4\pi k}$ – электрическая постоянная.

Примеры решения задач

Пример 3.1.1. Пять точечных зарядов расположены в вакууме так, как показано на рис. 3.1 (q_1, q_2, q_3, q_4 находятся в вершинах квадрата со стороной a = 1 м, а q_5 – в его середине). Определите величину силы, действующей на заряд q_5, если $q_1 = q_2 = -1$ мкКл, $q_3 = q_4 = q_5 = +1$ мкКл.

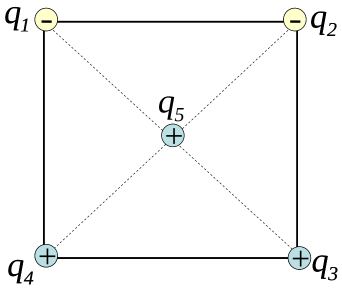


Рис. 3.1

Решение

Так как заряд q_5 находится в поле зарядов q_1, q_2, q_3, q_4 (рис. 3.2), то сила, действующая на заряд q_5, равна

$$\vec{F} = q_5\vec{E}\ , \tag{1}$$

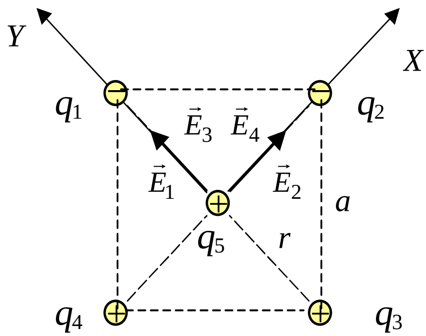


Рис. 3.2.

где по принципу суперпозиции полей напряженность результирующего поля равна

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 + \vec{E}_4\ . \tag{2}$$

В этой формуле $\vec{E}_1$, $\vec{E}_2$, $\vec{E}_3$, $\vec{E}_4$ – напряженности полей, создаваемых точечными зарядами q_1, q_2, q_3, q_4 в той точке, где расположен заряд q_5. Так как по модулю заряды одинаковы ($|q_1| = |q_2| = |q_3| = |q_4| = |q_5| = q$), то

$$\left.\begin{aligned}
\left|\vec{E}_1\right| &= \frac{k\left|q_1\right|}{r^2} = \frac{kq}{r^2},\\
\left|\vec{E}_2\right| &= \frac{k\left|q_2\right|}{r^2} = \frac{kq}{r^2},\\
\left|\vec{E}_3\right| &= \frac{k\left|q_3\right|}{r^2} = \frac{kq}{r^2},\\
\left|\vec{E}_4\right| &= \frac{k\left|q_4\right|}{r^2} = \frac{kq}{r^2}.
\end{aligned}\right\} \qquad (3)$$

Так как векторы $\vec{E}_2$ и $\vec{E}_4$ направлены вдоль оси *X*, а $\vec{E}_1$ и $\vec{E}_3$ вдоль оси *Y*, то

$$E = \sqrt{\left(E_1 + E_3\right)^2 + \left(E_2 + E_4\right)^2} = 2\frac{kq}{r^2}\sqrt{2}\,, \qquad (4)$$

где r – это половина диагонали квадрата со стороной a:

$$r = \frac{1}{2}a\sqrt{2} = a\frac{\sqrt{2}}{2}\,. \qquad (5)$$

Тогда

$$E = 2\frac{kq\cdot 4}{2a^2}\sqrt{2} = \frac{4kq}{a^2}\sqrt{2}\,. \qquad (6)$$

Подставим числовые значения и выполним вычисления:

$$F = \frac{4\cdot 9\cdot 10^9\cdot\left(10^{-6}\right)^2}{1^2}\sqrt{2} = 0{,}0509\ \text{Н} \;=\; 50{,}9\ \text{мН}.$$

Пример 3.1.2. Полый стеклянный шар несет равномерно распределенный по объему заряд 1 нКл. Внутренний радиус шара R_1 = 5 см, наружный R_2 = 10 см. (см. рис. 3.3). Диэлектрическая проницаемость стекла ε = 7.

Вычислите напряженность электрического поля в точках, отстоящих от центра шара на расстояние: 1) r_1 = 3 см; 2) r_2 = 6 см; 3) r_3 = 12 см. Шар находится в вакууме.

Решение

Для определения напряженности электростатического поля воспользуемся теоремой Гаусса:

$$\oint\!\!\!\oint_S \left(\vec{E}, d\vec{S}\right) = \frac{q}{\varepsilon\varepsilon_0}. \tag{1}$$

Разобьем исследуемое пространство на три области:

$$\left.\begin{array}{ll} \text{I.} & r < R_1, \\ \text{II.} & R_1 \le r \le R_2, \\ \text{III.} & r > R_2. \end{array}\right\} \tag{2}$$

В качестве гауссовых поверхностей выберем сферические поверхности (рис. 3.3), радиусы r которых удовлетворяют неравенствам (2).

Тогда для каждой из этих областей запишем теорему Гаусса:

$$\text{I.}\ \oint\!\!\!\oint_S \left(\vec{E}_{\text{I}}, \mathrm{d}\vec{S}\right) = 0, \tag{3}$$

так как внутри сферы радиуса $r < R_1$ зарядов нет. Отсюда следует, что $E_{\text{I}} = 0$.

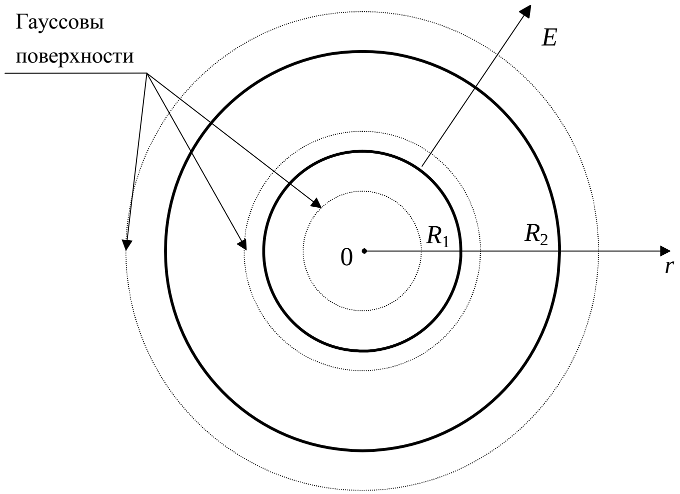


Рис. 3.3

$$\text{II. } \oint\limits_S \left(\vec{E}_{\text{II}} \mathrm{d}\vec{S}\right) = \frac{1}{\varepsilon\varepsilon_0} \int\limits_{R_1}^{r} \rho \mathrm{d}V = \frac{\rho}{\varepsilon\varepsilon_0}\left(\frac{4}{3}\pi r^3 - \frac{4}{3}\pi R_1^3\right) = \frac{4\rho\pi}{3\varepsilon\varepsilon_0}\left(r^3 - R_1^3\right), \tag{4}$$

$$\text{III. } \oint\limits_S \left(\vec{E}_{\text{III}} \mathrm{d}\vec{S}\right) = \frac{q}{\varepsilon_0}. \tag{5}$$

Объемную плотность заряда рассчитаем по формуле

$$\rho = \frac{q}{V} = \frac{3q}{4\pi\left(R_2^3 - R_1^3\right)}. \tag{6}$$

Из условия симметрии следует, что вектор $\vec{E}$ направлен радиально и зависит только от расстояния от центра шара, следовательно,

$$\left(\vec{E}, \mathrm{d}\vec{S}\right) = E \mathrm{d}S. \tag{7}$$

И тогда

$$\oint\limits_S \left(\vec{E}, \mathrm{d}\vec{S}\right) = E \cdot S, \tag{8}$$

где S – площадь гауссовой поверхности:

$$S = 4\pi r^2 \tag{9}$$

Тогда (4) и (5) перепишутся так:

$$E_{\text{II}} \cdot 4\pi r^2 = \frac{4\rho\pi}{3\varepsilon\varepsilon_0}\left(r^3 - R_1^3\right), \tag{10}$$

$$E_{\text{III}} \cdot 4\pi r^2 = \frac{q}{\varepsilon_0}. \tag{11}$$

Отсюда

$$E_{\text{II}} = \frac{\rho}{3\varepsilon\varepsilon_0}\left(r - \frac{R_1^3}{r^2}\right), \tag{12}$$

$$E_{\text{III}} = \frac{kq}{r^2}. \tag{13}$$

Тогда

$$\left.\begin{aligned}
&E(r_1)=0,\\
&E(r_2)=\frac{\rho}{3\varepsilon\varepsilon_0}\left(r_2-\frac{R_1^3}{r_2^2}\right)=\frac{kq}{\varepsilon\left(R_2^3-R_1^3\right)}\left(r_2-\frac{R_1^3}{r_2^2}\right),\\
&E(r_3)=\frac{kq}{r_3^2}.
\end{aligned}\right\}\qquad(14)$$

Подставим числовые значения и выполним вычисления (результаты расчетов представлены на рис.3.4).

$$E(r_2)=\frac{9\cdot10^9\cdot10^{-9}}{7\cdot\left(0{,}1^3-0{,}05^3\right)}\cdot\left(0{,}06-\frac{0{,}05^3}{0{,}06^2}\right)=37{,}1\ \text{В/м}.$$

$$E(r_3)=\frac{9\cdot10^9\cdot10^{-9}}{0{,}12^2}=625\ \text{В/м}.$$

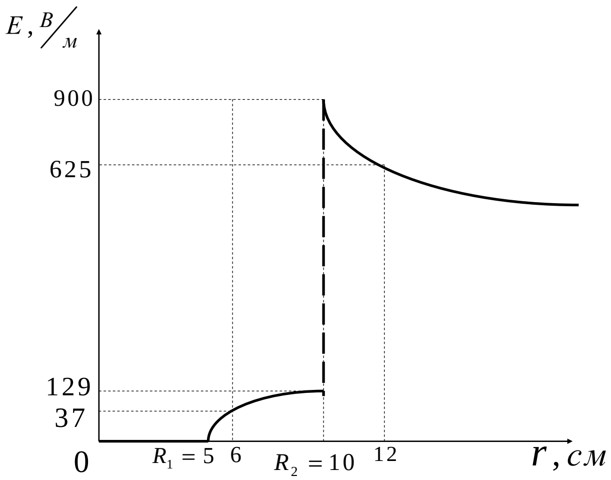


Рис. 3.4.

Домашние задания

Задача 3-01

Два точечных заряда находятся на расстоянии *a* друг от друга. В точке, отстоящей от заряда q_1 на расстоянии r_1, а от заряда q_2 на r_2, напряженность электрического поля равна *E*, а потенциал φ. Определите неизвестную величину.

Шифр	q_1,.нКл	q_2,.нКл	*a*, см	r_1, см	r_2, см	*E*,.В/см	φ, кВ
1	+306,7	-	7	25	20	?	-2,7
2	-66,7	+106,7	3,1	?	2,2	-	-106
3	?	-30	13	5	12	6000	-
4	-8,33	-1,67	12	15	20	?	-
5	-25	?	5,9	3	4	-	+30

Задача 3-02

Точечные заряды q_1, q_2, q_3, q_4 находятся в последовательных вершинах квадрата со стороной *a*. В центре квадрата напряженность электрического поля равна *E*, а потенциал φ. Определите неизвестную величину.

Шифр	q_1,.мкКл	q_2,.мкКл	q_3,.мкКл	q_4,.мкКл	*a*, м	*E*, кВ/м	φ, кВ
1	+0,15	+0,27	+0,32	-0,14	-	?	+9
2	-9,0	?	+3,1	-5,2	0,9	-	-75
3	+2,0	-3,2	+1,1	+3,9	-	100	?
4	+2,0	+5,0	-3	+7,0	?	4	-
5	-0,4	-0,5	+0,2	+0,9	0,5	?	-

Задача 3-03

В вершинах равностороннего треугольника со стороной *a* находятся точечные заряды q_1, q_2, q_3. В центре треугольника напряженность электрического поля равна *E*, а потенциал φ. Определите неизвестную величину.

Шифр	q_1, мкКл	q_2, мкКл	q_3, мкКл	*a*, м	*E*, кВ/м	φ, кВ
1	+0,47	-0,12	-0,31	-	?	+1,5
2	-2,9	+1,8	+3,4	1,5	?	-
3	+4,2	-1,7	+2,5	?	15	-
4	?	-2,8	-2,5	0,75	-	-24,0
5	+0,28	-1,25	0,87	-	11	?

Задача 3-04

По тонкому кольцу радиуса R равномерно распределен заряд q_1. Точечный заряд q_2 перемещается вдоль оси кольца из точки на расстоянии h_1 от плоскости кольца в точку на расстоянии h_2 от нее. При этом совершается работа A против сил поля. Определите неизвестную величину.

Шифр	R, см	q_1, нКл	q_2, нКл	h_1, см	h_2, см	A, мкДж
1	4,2	+46,7	-28,3	6,3	?	+50
2	9,5	-40	+1,2	?	32	+0,4
3	3,1	?	-9	17	24	-0,87
4	4,8	-30,7	?	42	12	-9,2
5	5,7	+26	+3,7	15	27	?

Задача 3-05

Вдоль отрезка длины ℓ равномерно распределен заряд q_1. На расстоянии r от середины отрезка на его продолжении находится точечный заряд q_2. Сила взаимодействия между зарядами F, потенциальная энергия взаимодействия зарядов W. Определите неизвестную величину.

Шифр	q_1,нКл	q_2, нКл	ℓ, см	r, см	F, мкН	W, мкДж
1	80	2,0	3,5	8,1	-	?
2	50	1,43	?	5,2	250	-
3	?	1,07	7,3	9,5	110	-
4	86,7	?	9,1	7,8	-	9
5	36,7	0,47	6,2	5,4	?	-

Задача 3-06

Тонкий отрезок нити длиной ℓ несет на себе заряд q_1, равномерно распределенный по длине отрезка. На расстоянии r от середины отрезка на перпендикуляре к нему находится точечный заряд q_2. Сила взаимодействия между зарядами равна F, энергия их взаимодействия W. Определите неизвестную величину.

Шифр	ℓ, см	q_1, нКл	r, см	q_2, нКл	F, мН	W, мкДж
1	45	243,3	15,0	-	?	10
2	17	?	25,0	14	0,3	-
3	4	50	3,2	5,3	-	?
4	23	60	7,2	?	-	10,5
5	12	150	3,5	5,67	?	-

Задача 3-07

Металлический шар радиусом R заряжен равномерно с поверхностной плотностью σ. На точечный заряд q, находящийся на расстоянии a от поверхности шара, действует сила F (F>0, если она направлена от центра шара). Работа сил поля по перемещению заряда q из его первоначального положения на поверхность шара равна A. Определите неизвестную величину.

Шифр	R, см	σ,.мкКл/м^2	q, мкКл	a, см	F, Н	A, Дж
1	45	-170	+0,5	190	-	?
2	16	?	-0,12	92	0,3	-
3	-	+1200	-0,017	?	-0,009	+0,12
4	48	-270	?	75	-	-1,7
5	13	+750	-0,45	120	?	-

Задача 3-08

По поверхности двух концентрических сфер радиусами R_1 и R_2 равномерно распределены заряды q_1 и q_2. На расстоянии r от центра сфер напряженность электрического поля равна E, а потенциал φ. E>0, если поле направлено от центра. Определите неизвестную величину.

Шифр	R_1, см	R_2, см	q_1,нКл	q_2,нКл	r, см	E, кВ/м	φ, кВ
1	2,1	6,3	-5,0	+10,7	-	-35,0	?
2	1,2	3,8	+4,33	-9,0	-	?	+0,78
3	1,7	2,3	-106,7	+36,7	?	-	-5,1
4	3,4	?	-0,9	+1,63	2,5	-	-0,16
5	2,8	5,9	?	+50,0	5,2	7,2	-

Задача 3-09

Заряд равномерно распределен с объемной плотностью ρ в шаровом слое с внутренним радиусом R_1 и внешним R_2. В точках на расстоянии r от центра напряженность электрического поля равна E, а потенциал φ. Определите неизвестную величину.

Шифр	ρ,мкКл/м^3	R_1,см	R_2,см	r,см	E,кВ/см	φ,кВ
1	12	24,0	?	370,0	-	1,35
2	200	0,8	4,9	?	0,15	-
3	17	2,8	9,4	7,3	?	-
4	50	1,7	2,4	1,4	-	?
5	-	2,5	3,2	2,8	?	13,0

Задача 3-10

Шарик массой m с зарядом q подвешен на тонкой изолирующей нити к вертикальной плоскости, по которой равномерно распределен заряд с поверхностной плотностью σ. Нить образуют с вертикалью угол α, сила натяжения нити равна $F_н$. Определите неизвестную величину.

Шифр	m, г	q, нКл	σ,мкКл/м^2	α,градус	$F_н$, Н
1	-	50	3,1	12	?
2	-	?	12,0	65	0,23
3	14,0	2700	?	-	0,85
4	?	550	0,82	35	-
5	1,2	71,6	1,9	?	-

3.2. Поле электрического диполя. Электрический диполь в электростатическом поле

Основные законы, уравнения и формулы

Электрический диполь – система двух равных по модулю и противоположных по знаку зарядов $|q_1| = |q_2| = q$. Расстояние между зарядами ℓ называется плечом диполя.

Электрический дипольный момент

$$\vec{p}_e = |q| \cdot \vec{\ell} \qquad (3.2.1)$$

Напряженность и потенциал поля электрического диполя в произвольной точке, лежащей на радиусе $\vec{r}$:

$$\left.\begin{aligned} E &= k\frac{p_e}{r^3}\sqrt{\left(1+3\cos^2\alpha\right)}, \\ \varphi &= k\frac{p_e}{r^2}\cos\alpha. \end{aligned}\right\}$$

где угол α – угол между вектором электрического дипольного момента и радиус-вектором точки в поле.

Момент пары сил, действующих на диполь в однородном поле

$$\vec{M} = \left[\vec{p}_e, \vec{E}\right]. \qquad (3.2.2)$$

Изменение потенциальной энергии при повороте диполя в однородном поле

$$\Delta U = U_2 - U_1 = \int_0^{\pi} p_e E \sin\varphi d\varphi \qquad (3.2.3)$$

Примеры решения задач

Пример 3.2.1. Диполь с электрическим моментом $p_e = 2$ нКл · м находится в однородном электрическом поле напряженностью $E = 30$ кВ/м. Вектор $\vec{p}_e$ составляет угол $\alpha = 60°$ с направлением силовых линий поля. Определите произведенную внешними силами работу A поворота диполя на угол $\beta = 30°$.

Решение

Из исходного положения (рис. 3.5, а) диполь можно повернуть на угол $\beta = 30° = \pi/6$ двумя способами; или по часовой стрелке до угла $\alpha_1 = \alpha_0 - \beta = \pi/6$ (рис. 3.5, 6), или против часовой стрелки до угла $\alpha_2 = \alpha_0 + \beta = \pi/26$ (рис. 3.5, в).

В первом случае диполь будет повертываться под действием сил поля. Следовательно, работа внешних сил при этом отрицательна. Во втором случае поворот может быть произведен только под действием внешних сил, и, следовательно, работа внешних сил при этом положительна.

Работу, совершаемую при повороте диполя, можно вычислить двумя способами; 1) непосредственно интегрированием выражения элементарной работы; 2) с помощью соотношения между работой и изменением потенциальной энергии диполя в электрическом поле.

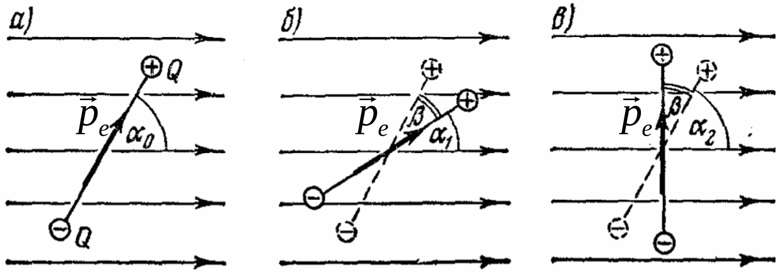


Рис. 3.5

1-й способ

Элементарная работа при повороте диполя на угол α

$$dA = M \cdot d\alpha = p_e E \cdot \sin\alpha \cdot d\alpha, \qquad (1)$$

а полная работа при повороте на угол от α_0 до α

$$A = \int_{\alpha_0}^{\alpha} p_e E \cdot \sin\alpha \cdot d\alpha = p_e E \int_{\alpha_0}^{\alpha} \sin\alpha \cdot d\alpha. \qquad (2)$$

Произведя интегрирование формулы (2), получим

$$A = -p_e E\left(\cos\alpha - \cos\alpha_0\right) = p_e E\left(\cos\alpha_0 - \cos\alpha\right). \qquad (3)$$

Работа внешних сил при повороте диполя по часовой стрелке

$$A_1 = p_e E\left(\cos\alpha_0 - \cos\alpha_1\right) = -21{,}9\text{мкДж},$$

против часовой стрелки

$$A_2 = p_e E\left(\cos\alpha_0 - \cos\alpha_2\right) = 30\text{мкДж}.$$

2-й способ

Работа *A* внешних сил связана с изменением потенциальной энергии ΔU соотношением

$$A = -\Delta U = U_1 - U_2 \qquad (3)$$

где U_1 и U_2 — потенциальные энергии системы, соответственно, в начальном и конечном состояниях. Так как потенциальная энергия диполя в электрическом поле выражается формулой

$$U = -p_e E \cdot \cos\alpha, \qquad (4)$$

то

$$A_2 = p_e E\left(\cos\alpha_0 - \cos\alpha\right), \qquad (5)$$

что совпадает с формулой (3), полученной первым способом.

Домашние задания

Задача 3-11

Диполь с электрическим моментом p_e образован двумя точечными зарядами, модуль которых равен $|q|$. Напряженность и потенциал электрического поля в точке *A*, находящейся на расстоянии *r* от центра диполя и лежащей на оси диполя, равны $\vec{E}$ и φ, соответственно. Определите неизвестную величину.

Примечание: при решении необходимо учесть, что расстояние *r* до исследуемой точки в поле диполя сравнимо с величиной плеча диполя ℓ.

Шифр	p_e ,нКл·м	$\|q\|$,нКл	ℓ ,см	r ,см	$\|E\|$,кВ/м	φ ,В
1	0,12	1	12	8	?	-
2	0,12	1	12	8	-	?
3	?	1,2	10	10	3,845	-
4	-	?	12	7	-	386
5	-	1	?	10	-	360

Задача 3-12

Диполь с электрическим моментом p_e образован двумя точечными зарядами, модуль которых равен $|q|$. Напряженность и потенциал электрического поля в точке *C*, находящейся на расстоянии *r* от центра диполя и лежащей на срединном перпендикуляре к оси диполя, равны $\vec{E}$ и φ, соответственно. Определите неизвестную величину

Примечание: при решении необходимо учесть, что расстояние *r* до исследуемой точки в поле диполя сравнимо с величиной плеча диполя ℓ.

Шифр	p_e , нКл.м	$\|q\|$, нКл	$\|E\|$,кВ/м	φ , В	r , см
1	0,08	1	?	-	8
2	0,140	2	2,62	?	7
3	0,30	3	1,93	-	?
4	0,15	1,5	0,964	?	10
5	?	2	1,28	-	10

Задача 3-13

Напряженность и потенциал поля, создаваемого диполем с электрическим моментом p_e на расстоянии r от центра диполя, в направлении, составляющем угол α с вектором электрического момента, равны E и φ, соответственно. Определите неизвестную величину.

Шифр	p_e, пКл.м	$\lvert E \rvert$, В/м	φ, В	r, см	α, градус
1	4	?	-	10	60
2	32	-	?	20	60
3	2	40	-	8	?
4	15	-	3	?	30
5	?	-	1,8	20	60

Задача 3-14

Диполь с электрическим моментом p_e свободно устанавливается в однородном электрическом поле напряженностью E. Работа, необходимая для того, чтобы повернуть диполь на угол α, равна A. Определите неизвестную величину.

Шифр	p_e, пКл.м	E, кВ/м	α, градус	A, мкДж
1	I00	150	180	?
2	?	130	60	-20
3	170	200	?	-30
4	120	?	30	-10
5	?	100	180	-30

Задача 3-15

Диполь с электрическим моментом p_e свободно установился в однородном электрическом поле напряженностью E. Изменение потенциальной энергии диполя при повороте его на угол α, равно ΔU. Определите неизвестную величину.

Шифр	p_e, пКл.м	*E, кВ/м*	α, градус	ΔU, мкДж
1	100	10	60	?
2	?	15	50	1,0
3	150	?	30	1,2
4	120	12	?	0,7
5	110	5	30	?

Задача 3-16

Диполь с электрическим моментом p_e находится в однородном электрическом поле напряженностью E. Вектор электрического момента составляет угол α с линиями поля. Потенциальная энергия диполя равна U. Определите неизвестную величину.

Шифр	p_e, нКл.м	E, кВ/м	α ,градус	U , мкДж
1	20	50	60	?
2	?	40	30	400
3	30	?	70	500
4	50	30	?	300
5	15	45	30	?

3.3. Емкость. Конденсаторы и их соединения

Основные законы, уравнения и формулы

Систему двух разноименно заряженных проводников называют *конденсатором*, а каждый проводник – *обкладкой*.

Электроемкость конденсатора:

$$C = \frac{Q}{U} \tag{3.3.1}$$

где U – разность потенциалов (*падение напряжения)* между обкладками конденсатора.

Емкость *плоского* конденсатора (с диэлектриком с диэлектрической проницаемостью ε):

$$C = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S}{d}, \tag{3.3.2}$$

где S – площадь пластины конденсатора; d – расстояние между пластинами.

Удельная (на единицу длины цилиндров) емкость *цилиндрического* конденсатора, образованного двумя цилиндрами радиусами R_1 и R_2 соответственно, с диэлектриком с диэлектрической проницаемостью ε :

$$C^* = \frac{C}{\ell} = \frac{\varepsilon}{2k\ln\left(R_2/R_1\right)} \tag{3.3.3}$$

Емкость *уединенной* сферы:

$$C = 4\pi\varepsilon_0 R \tag{3.3.4}$$

Емкость системы *последовательно* (разноименно заряженными обкладками) соединенных конденсаторов:

$$\frac{1}{C}=\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}+\frac{1}{C_3}c\,. \qquad (3.3.4)$$

Емкость системы *параллельно* (одноименно заряженными обкладками) соединенных конденсаторов:

$$C=C_1+C_2+C_3\,. \qquad (17.11)$$

Примеры решения задач

Пример 3.3.1. Два плоских конденсатора одинаковой электроемкости $C_1=C_2=C$ соединены в батарею последовательно и подключены к источнику тока с электродвижущей силой ε. Как изменится разность потенциалов U_1 на пластинах первого конденсатора, если пространство между пластинами второго конденсатора, не отключая источника тока, заполнить диэлектриком с диэлектрической проницаемостью ε =7?

Решение

До заполнения второго конденсатора диэлектриком разность потенциалов на пластинах обоих конденсаторов была одинакова:

$$U_1=U_2=\mathcal{E}/2\,. \qquad (1)$$

После заполнения электроемкость второго конденсатора возросла в ε раз:

$$C_2'=\varepsilon\cdot C_2=\varepsilon\cdot C. \qquad (2)$$

Электроемкость первого не изменилась, т. е. $C_1'=C$.

Так как источник тока не отключался, то общая разность потенциалов на батарее конденсаторов осталась прежней, она лишь перераспределилась между конденсаторами. На первом конденсаторе

$$U_1' \;=Q/C_1'=Q/C, \qquad (3)$$

где Q – заряд на пластинах конденсатора. Поскольку при последовательном соединении конденсаторов заряд на каждой пластине и на всей батарее одинаков, то

$$Q=C_{\text{бат}}'\cdot\mathcal{E}, \qquad (4)$$

где

$$C'_{\text{бат}} = \frac{C'_1}{C'_1 + C_2} = \frac{C \cdot \varepsilon C}{C + \varepsilon C} = \frac{\varepsilon C}{1+\varepsilon}. \qquad (5)$$

Таким образом,

$$Q = \frac{\varepsilon C}{1+\varepsilon} \cdot \mathcal{E}. \qquad (6)$$

Подставив это выражение заряда в формулу (3), найдем

$$U'_1 = Q/C = \frac{\varepsilon C}{(1+\varepsilon) \cdot C} \cdot \mathcal{E} = \frac{\varepsilon}{(1+\varepsilon)} \cdot \mathcal{E}. \qquad (7)$$

Чтобы найти, как изменилась разность потенциалов на пластинах первого конденсатора, вычислим отношение:

$$\frac{U'_1}{U_1} = \frac{\varepsilon \cdot 2 \cdot \mathcal{E}}{(1+\varepsilon) \cdot \mathcal{E}} = \frac{2\varepsilon}{1+\varepsilon}. \qquad (8)$$

После подстановки в (8) значения ε получим

$$\frac{U'_1}{U_1} = 1{,}75.$$

Следовательно, разность потенциалов на пластинах первого конденсатора после заполнения второго конденсатора диэлектриком возросла в 1,75 раза.

Домашние задания

Задача 3-17

Расстояние между обкладками плоского конденсатора равно d. Между ними находится пластинка из диэлектрика с диэлектрической проницаемостью ε_1 толщиной d_1. Напряжение на конденсаторе равно U_0. Если вынуть диэлектрик, то напряжение на конденсаторе станет равным U. Определите неизвестную величину.

Шифр	d, мм	d_1, мм	ε_1	U_0, В	U, В
1	15,0	?	9,4	150	590
2	1,9	1,8	5,7	150	?
3	?	6,5	2,1	85	110
4	7,5	6,0	?	220	650
5	13,0	6,1	7,4	?	150

Задача 3-18

Расстояние между обкладками горизонтально расположенного плоского конденсатора равна d, разность потенциалов U. На нижней обкладке лежит пластина из диэлектрика с диэлектрической проницаемостью ε_1 толщиной d_1. Напряженность электрического поля в диэлектрике равна E_1, в воздухе E_2. Определите неизвестную величину.

Шифр	d, мм	U, кВ	ε_1	d_1, мм	E_1, кВ/см	E_2, кВ/см
1	8,3	0,7	?	4,9	-	1,7
2	?	2,1	-	1,3	7,5	21,0
3	6,7	?	7,3	2,6	3,1	-
4	2,4	2,9	3,7	?	-	16,0
5	1,3	3,2	4,1	0,5	?	-

Задача 3-19

Два шара радиусами R_1 и R_2 имели заряды q_1 и q_2. После того, как шары соединили тонкой проволокой, их потенциалы стали одинаковыми и равными φ. Определите неизвестную величину.

Шифр	R_1, см	R_2, см	q_1, нКл	q_2, нКл	φ, кВ
1	9,1	4,7	?	+10,0	-2,2
2	12,0	?	+810,0	-300,0	+7,5
3	3,2	2,6	-6,5	?	-0,24
4	1,2	2,5	-6	+9,6	?
5	0,5	1,1	3,7	?	+0,67

Задача 3-20

У конденсаторов емкостью C_1 и C_2, заряженных до напряжения U_1 и U_2 соответственно, соединили между собой разноименно заряженные обкладки. Напряжение на конденсаторах после соединения стало равным U.(U считается положительным, если совпадает по знаку с U_1). При разряде выделилась энергия ΔW. Определите неизвестную величину.

Шифр	C_1, пФ	C_2, пФ	U_1, В	U_2, В	ΔW, Дж	U, В
1	130	270	-	1700	?	-700
2	9300	5400	120	300	?	-
3	?	190	620	410	-	+75
4	680	710	400	?	-	-250
5	350	170	670	500	-	?

Задача 3-21

Пластины плоского воздушного конденсатора площадью S раздвигаются, оставаясь подключенными к батарее с напряжением U. Расстояние между пластинами меняется при этом от d_1 до d_2. Работа внешних сил по раздвиганию пластин равна А. Определите неизвестную величину.

Шифр	S, см^2	U, В	d_1, мм	d_2, мм	A, мкДж
1	350	130	?	8,7	1,5
2	?	85	3,2	5,6	0,072
3	270	380	1,3	?	9,0
4	460	?	2,5	4,7	12,0
5	140	250	12,0	17,0	?

3.4. Движение в электростатическом поле

Примеры решения задач

Пример 3.4.1. Заряд q влетает со скоростью $\vec{\text{v}}_0$ в однородное электростатическое поле $\vec{E}$ плоского конденсатора, длина пластин которого равна ℓ_1 (рис. 3.6).

На заряд действует электрическая сила. Тогда по второму закону Ньютона:

$$q\vec{E} = m\vec{a}. \tag{1}$$

Пренебрегаем силой тяжести по сравнению с электрической силой[2]: $m\left|\vec{g}\right| << q\left|\vec{E}\right|$.

В проекциях на ось X:

$$\sum_{i=1}^{N} F_{xi} = 0 \Rightarrow a_x = 0 \Rightarrow \text{v}_x = \text{v}_0 = \text{const} \Rightarrow x = \text{v}_0 t\ . \tag{2}$$

В проекциях на ось Y:

$$\sum_{i=1}^{N} F_{yi} = qE_y = -q\left|\vec{E}\right| \Rightarrow a_y = -\frac{qE}{m} \Rightarrow \text{v}_y = -\frac{qE}{m}t \Rightarrow y = -\frac{qE}{m}\frac{t^2}{2}. \tag{3}$$

После исключения времени t из уравнений движения (2) и (3) получим уравнение траектории движения тела:

---

[2] Здесь и далее в этой задаче $E = \left|\vec{E}\right|$.

$$y = \frac{qE}{m}\frac{x^2}{2\mathrm{v}_0^2}. \qquad (4)$$

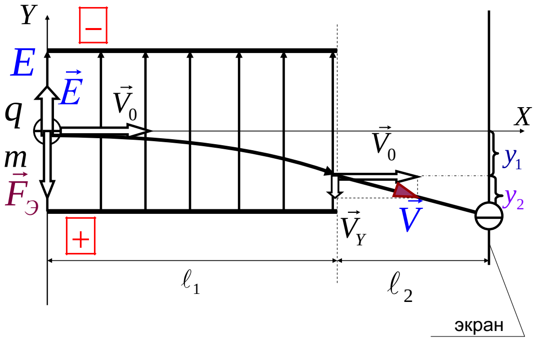


Рис. 3.6. Траектория движения заряда в поле плоского конденсатора

При $x = \ell_1$, т.е. на выходе из конденсатора, вертикальное отклонение заряда от первоначального направления:

$$y_1 = -\frac{qE}{m}\frac{\ell_1^2}{2\mathrm{v}_0^2}. \qquad (5)$$

Полное отклонение заряда (на экране, отстоящем от конденсатора на расстояние ℓ_2)

$$y = y_1 + y_2,$$

где $y_2 = \ell_2 \frac{\mathrm{v}_y}{\mathrm{v}_0} = -\ell_2 \frac{qE}{m}\frac{\ell_1}{\mathrm{v}_0^2}$.

Пример 3.4.2. Протон влетает в плоский конденсатор со скоростью $\mathrm{v} = 3{,}3 \cdot 10^6$ м/с под углом $\alpha = 75°$ к пластинам вблизи одной из них (рис. 3.7). Напряженность поля конденсатора $E = 6{,}25 \cdot 10^5$ В/м считайте постоянной. На сколько максимально возможная длина пластин ℓ должна превышать расстояние d между ними, чтобы протон, коснувшись положительно заряженной пластины, вылетел из конденсатора вблизи отрицательно заряженной пластины?

Решение

Движение протона описывается уравнением второго закона Ньютона, где

$$\vec{F} = q\vec{E}\ , \tag{1}$$

а силой тяжести пренебрегаем по сравнению с величиной электрической силы.

Поскольку

$$F_y = 0 \text{ и } a_x = 0, \tag{2}$$

то движение протона вдоль оси X будет равномерным и прямолинейным .

Поскольку

$$F_y = -\,qE \text{ и } a_y = -\frac{qE}{m}, \tag{3}$$

то движение протона вдоль оси Y будет равнопеременным:

$$\mathrm{v}_y = \mathrm{v}_0 \sin\alpha - \frac{qE}{m}t\,, \tag{4}$$

$$y = (\mathrm{v}_0 \sin\alpha)t - \frac{qE}{2m}t^2\,. \tag{5}$$

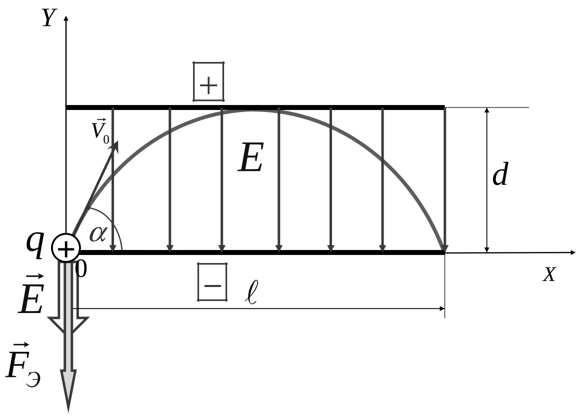


Рис. 3.7

Максимальная высота $y_{\max} = d$ достигается при $\mathrm{v}_y = 0$, т.е. когда

$$t_d = \frac{m\mathrm{v}_0 \sin\alpha}{qE}\,. \tag{6}$$

Тогда

$$y_{\max} = d = \frac{m\mathrm{v}_0^2 \sin^2\alpha}{2qE}. \tag{7}$$

Дальность полета протона достигается, когда вторично $y = 0$, т. е. когда

$$t_\ell = \frac{2m\mathrm{v}_0 \sin\alpha}{qE}. \tag{8}$$

Таким образом,

$$x_{\max} = \frac{m\mathrm{v}_0^2}{qE}\sin 2\alpha = \ell. \tag{9}$$

Следовательно, искомая разность ($\ell - d$) равна

$$(\ell - d) = \frac{m\mathrm{v}_0^2}{qE}\sin 2\alpha - \frac{m\mathrm{v}_0^2 \sin^2\alpha}{2qE} = \frac{m\mathrm{v}_0^2}{qE}\left(\sin 2\alpha - \frac{\sin^2\alpha}{2}\right). \tag{10}$$

Подставим числовые значения и выполним вычисления:

$$(\ell - d) = \frac{1{,}67\cdot 10^{-27}\cdot\left(3{,}3\cdot 10^6\right)^2}{1{,}6\cdot 10^{-19}\cdot 6{,}25\cdot 10^5}\left(\sin 150° - \frac{\sin^2 75°}{2}\right) = 6{,}09\cdot 10^{-3}\ \text{м}.$$

Домашние задания

Задача 3-22

Электрон с начальной скоростью V_0 влетел в однородное электрическое поле напряженностью E. Вектор начальной скорости перпендикулярен линиям напряженности электрического поля. Сила, действующая на электрон, равна F. Ускорение, приобретаемое электроном, равно a. Скорость электрона через t равна V. Определите неизвестную величину.

Шифр	V_0 ,Мм/с	E,В/м.	F ,10^{-17} Н	a ,10^{13},м/с^2	V ,Мм/с	t,мкс
1	3	150	?	-	-	-
2	?	-	-	2,63	3,99	0,1
3	4	-	-	3	?	0,15
4	2,5	-	-	?	4	0,1
5	-	?	3	-	-	-

Задача 3-23

Электрон влетел в пространство между пластинами плоского конденсатора со скоростью V_0, вектор которой направлен параллельно пластинам. За время движения внутри конденсатора электрон приблизится к положительно заряженной пластине на расстояние y, если расстояние между пластинами равно d, разность потенциалов $\Delta\varphi$, а длина пластин ℓ? Определите неизвестную величину.

Шифр	V_0,Мм/с	d,мм	$\Delta\varphi$,В	ℓ,см	h,мм
1	10	16	30	6	?
2	8	?	25	5	2
3	15	10	?	6	3
4	12	14	20	?	4
5	?	15	20	5	2

Задача 3-24

Электрон начинает движение из точки, находящейся на расстоянии r_1 от тонкой длиной нити, по которой равномерно распределен заряд с линейной плотностью τ. На расстоянии r_2 от нити скорость электрона равна V, кинетическая энергия W. Определите неизвестную величину.

Шифр	r_1, см	r_2, см	τ, нКл/м	V, км/с	W, эВ
1	0,38	1,14	-0,12	-	?
2	1,5	3,9	-2,0	?	-
3	6,8	2,9	?	-	550
4	3,5	?	-18,0	-	260
5	?	0,33	+11,0	7400	-

Задача 3-25

Электрон ускоряется разностью потенциалов U_0 и влетает в плоский конденсатор параллельно его пластинам. Длина пластин конденсатора b, расстояние между пластинами d, разность потенциалов между пластинами U_1, расстояние от конца конденсатора до экрана ℓ, h – отклонение электрона от первоначального направления. Определите неизвестную величину.

Шифр	U_0, кВ	b, см	d, мм	U_1, В	ℓ, см	h, мм
1	?	6,3	4,2	180	1,4	4,3
2	9	4,1	12,0	?	3,3	5,8
3	?	5,5	7,1	200	5,3	2,2
4	35	3,1	4,2	1200	?	5,2
5	27	4,7	8,5	750	3,2	?

Задача 3-26

Электрон влетел в пространство между пластинами плоского конденсатора, имея скорость V_0, направленную параллельно пластинам. В момент вылета из конденсатора направление скорости электрона составляло угол α с первоначальным направлением скорости. Разность потенциалов между пластинами равна $\Delta\varphi$, если длина пластин ℓ, а расстояние между пластинами d. Определите неизвестную величину.

Шифр	V_0 ,Мм/с	α ,градус	ℓ ,см	d ,см	$\Delta\varphi$,В
1	10	35	10	2	?
2	?	30	8	3	80
3	15	?	10	4	70
4	8	40	?	5	60
5	10	20	12	?	90

ГЛАВА 4. ПОСТОЯННЫЙ ТОК

4.1. Законы Кирхгофа

Основные законы, уравнения и формулы

Электродвижущая сила (ЭДС):

$$\mathcal{E} = \frac{A}{q} = \frac{1}{q}\oint_L \left(\vec{F}_{\text{стор}} \mathrm{d}\vec{\ell}\right) = \frac{1}{q}\oint_L \left(q\vec{E}_{\text{стор}} \mathrm{d}\vec{\ell}\right) = \oint_L \left(\vec{E}_{\text{стор}} \mathrm{d}\vec{\ell}\right) \neq 0, \qquad (4.1.1)$$

т.е. ЭДС $\mathcal{E}$ – это *циркуляция сторонних сил по цепи тока*.

Работа электростатических и сторонних сил по переносу единичного положительного заряда из точки 1 в точку 2 называется *падением напряжения* или *напряжением* на участке 1-2:

$$U_{12} = \left(\varphi_1 - \varphi_2\right) + \mathcal{E}. \qquad (4.1.2)$$

Для *однородного* участка цепи $\mathcal{E} = 0$, для замкнутой цепи $(\varphi_1 - \varphi_2) = 0$, для неоднородного участка цепи $\mathcal{E} \neq 0$, для замкнутой цепи $(\varphi_1 - \varphi_2) \neq 0$,

Закон Ома – Ом связь между напряжением и величиной (силой) тока:

$$I = \frac{U}{R} \qquad (4.1.3)$$

где R – электрическое сопротивление образца.

Первое правило Кирхгофа:

Алгебраическая сумма токов, сходящихся в узле, равна в сумме нулю:

$$\sum_{k=1}^{n} I_k = 0, \qquad (4.1.4)$$

где n – число проводников, сходящихся в узле, а I_k – токи в них. При этом токи, подходящие к узлу, считают положительными, а токи, отходящие от него, – отрицательными.

Второе правило Кирхгофа*: *в любом замкнутом контуре, произвольно выбранном в разветвленной электрической цепи, алгебраическая сумма произведений величины токов I_k на сопротивления R_k соответствующих участков этого контура равна алгебраической сумме ЭДС $\mathcal{E}_i$ в контуре:

$$\sum_{k=1}^{n}\left(I_k \cdot R_k\right)=\sum_{i=1}^{m}\mathcal{E}_i \ ,(4.1.5)$$

где n – число отдельных участков, на которые контур разбивается узлами.

Примеры решения задач

Пример 4.1.1. Элементы цепи, схема которой изображена на рис. 4.1, имеют следующие значения: $\mathcal{E}_1$ = 1,50 В, $\mathcal{E}_2$ = 1,60 В, R_1 = 1,00 кОм, R_2 = 2,00 кОм. Определите показания вольтметра, если его сопротивление R_V = 2,00 кОм. Сопротивлением источников напряжения и соединительных проводов следует пренебречь.

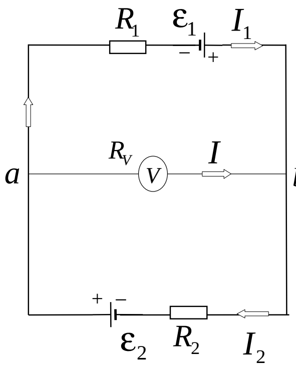


Рис. 4.1

Решение

Здесь требуется найти падение напряжения на R_V (между точками a и b), которое измеряет вольтметр, подключенный к этим точкам. Если бы вольтметр обладал бесконечно большим сопротивлением и тока через него не было, то эта задача была бы решена с помощью закона Ома для участка неоднородной цепи. Однако в данном случае сопротивление R_V одного порядка с R_1 и R_2, поэтому пренебречь током I в цепи вольтметра нельзя.

Таким образом, здесь имеется разветвленная цепь, по трем участкам которой текут, вообще говоря, разные токи: I, I_1, I_2. Задачу можно решить, используя правила Кирхгофа для разветвленных цепей.

Искомое падение напряжения по закону Ома равно

$$\varphi_a - \varphi_b = IR_V \, . \qquad (1)$$

Чтобы определить величину тока I в цепи вольтметра, применим правила Кирхгофа. Обозначив на рис. 4.1 направления всех токов (для тока I делаем это лишь предположительно), согласно *первому* правилу Кирхгофа запишем для узла *a*:

$$I_2 - I_1 - I = 0 \, . \qquad (2)$$

Для составления остальных двух независимых уравнений воспользуемся *вторым* правилом Кирхгофа. Предварительно выбрав направление обхода замкнутых контуров, например по часовой стрелке, и учитывая правило знаков, получим соответственно для контуров aR_1ba и abR_2a:

$I_1R_1 - IR_V = \mathcal{E}_1$,(3)

$I_2R_2 + IR_V = \mathcal{E}_2$.(4)

Решив систему трех уравнений (2) – (4) с тремя неизвестными I_1, I_2, I относительно тока I, найдем

$$I = \frac{\mathcal{E}_2 R_1 - \mathcal{E}_1 R_2}{R_1R_2 + (R_1 + R_2)R_V}. \qquad (5)$$

Подставив это значение I в (1) и произведя вычисления, получим

$$\varphi_a - \varphi_b = \frac{(\mathcal{E}_2 R_1 - \mathcal{E}_1 R_2)R_V}{R_1R_2 + (R_1 + R_2)R_V} = -0{,}35 \text{ В}.$$

Знак «–» в ответе означает, что $\varphi_b > \varphi_a$, и в действительности ток в цепи вольтметра имеет направление, противоположное тому, что мы предположили, т.е. от точки *b* к точке *a*.

Домашние задания

Задача 4-01

Две батареи с электродвижущими силами $\mathcal{E}_1$ и $\mathcal{E}_2$ внутренними сопротивлениями r_1 и r_2 соединены одноименными полюсами. Вольтметр с очень большим внутренним сопротивлением, подключенный к полюсам батарей, показывает разность потенциалов *U*. Определите неизвестную величину.

Шифр	$\mathcal{E}_1$, В	$\mathcal{E}_2$, В	r_1, Ом	r_2, Ом	U, В
1	?	17,0	3,8	2,9	30,0
2	2,4	?	0,11	0,18	3,9
3	9,6	7,2	?	0,25	8,7
4	57	84,0	95,0	?	73,0
5	4,7	1,5	1,4	2,2	?

Задача 4-02

Две батареи с электродвижущими силами $\mathcal{E}_1$ и $\mathcal{E}_2$ и внутренними сопротивлениями r_1 и r_2 соединены разноименными полюсами. Вольтметр с очень большим внутренним сопротивлением, подключенный к полюсам батарей, показывает разность потенциалов U. $U>0$, если клемма «плюс» вольтметра подсоединена к положительному полюсу батареи ε_1. Определите неизвестную величину.

Шифр	$\mathcal{E}_1$, В	$\mathcal{E}_2$, В	r_1, Ом	r_2, Ом	U, В
1	105	63	32,0	?	-22,0
2	37	68	?	50,0	+11,0
3	4,9	5,1	0,84	0,63	?
4	?	9,8	1,75	0,95	+4,0
5	7,5	?	0,25	0,48	-1,7

Задача 4-03

Два источника тока с электродвижущими силами $\mathcal{E}_1$ и $\mathcal{E}_2$ соединены одноименными полюсами и подключены к внешнему сопротивлению R. Внутренние сопротивления источников r_1 и r_2, токи в ветвях цепи I_1, I_2 и I. Определите неизвестную величину.

Шифр	$\mathcal{E}_1$, В	$\mathcal{E}_2$, В	r_1, ОМ	r_2, Ом	R, Ом	I_1, А	I_2, А	I, А
1	2,3	2,0	19	37	12	?	-	-
2	1,9	2,4	17	13	?	+0,087	-	-
3	?	1,8	12	45	21	+0,017	-	-
4	1,7	?	24	33	15	-	+0,022	-
5	5,0	1,5	11	15	12	-	-	?

Задача 4-04

Две батареи с электродвижущими силами $\mathcal{E}_1$ и $\mathcal{E}_2$ и внутренними сопротивлениями r_1 и r_2 соединены разноименными полюсами и подключены к внешнему сопротивлению R. Токи в ветвях цепи равны I_1, I_2 и I. Ток $I>0$, если он течет по сопротивлению R от положительного полюса батареи ε_1 к отрицательному. Определите неизвестную величину.

Шифр	$\mathcal{E}_1$, В	$\mathcal{E}_2$, В	r_1, Ом	r_2, Ом	R, Ом	I_1, А	I_2, А	I, А
1	30,0	14,0	4,1	4,3	1,9	-	?	-
2	?	7,4	1,2	0,7	-	+5,2	-	-1,28
3	2,9	1,8	44	13	-	?	+0,11	-
4	3,2	?	42	11	37	-	+0,23	-
5	2,1	1,9	14	17	21	-	-	?

Задача 4-05

Три источника тока с электродвижущими силами $\mathcal{E}_1$, $\mathcal{E}_2$ и $\mathcal{E}_3$ и внутренними сопротивлениями r_1, r_2 и r_3 соединены одноименными полюсами. Токи, текущие через источники, равны соответственно I_1, I_2 и I_3. Определите неизвестную величину.

Шифр	$\mathcal{E}_1$, В	$\mathcal{E}_2$, В	$\mathcal{E}_3$, В	r_1,Ом	r_2,Ом	r_3,Ом	I_1,А	I_2, А	I_3, А
1	1,8	?	1,4	0,7	0,9	0,3	-	+0,2	-
2	1,6	1,1	?	0,2	0,6	0,4	+1,5	-	-
3	2,2	1,9	2,2	1,3	0,5	0,9	-	-	?
4	1,6	2,0	1,4	0,3	?	0,5	-1,1	-	-
5	1,8	1,4	1,15	0,4	0,6	0,2	-	?	-

Задача 4-06

Батарея с электродвижущей силой $\mathcal{E}$ и внутренним сопротивлением r отдает во внешнюю цепь при токе I_1 мощность P_1, а при токе I_2 мощность P_2. Определите неизвестную величину.

Шифр	$\mathcal{E}$, В	r, Ом	I_1, А	P_1, Вт	I_2, А	P_2, Вт
1	9,9	-	6,1	10,5	4,2	?
2	4,5	-	5,2	?	4,1	16,5
3	-	?	8,3	7,9	3,3	7,0
4	-	0,012	6,3	15,0	3,9	?
5	?	-	5,1	9,2	8,2	7,0

4.2. Электрический ток в металлах

Основные законы, уравнения и формулы

$$I = \frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t}. \qquad (4.2.1)$$

где I – величина тока; dq – заряд, переносимого через поверхность S за малый промежуток времени dt.

Модуль вектора плотности электрического тока $\vec{j}$:

$$\left|\vec{j}\right| = \frac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}S_{\perp}}. \quad (4.2.2)$$

где $\mathrm{d}S_{\perp}$ – малый элемент поверхности, нормальный к направлению движения заряженных частиц,

Если средняя скорость упорядоченного движения носителей заряда равна $\langle \vec{u} \rangle$, то

$$\vec{j} = en\langle \vec{u} \rangle \quad (4.2.3)$$

где n – концентрация носителей заряда, e – заряд одного носителя

Электрическое сопротивление

$$R = \rho \frac{l}{S}, \quad (4.2.4)$$

где ρ – *удельное электрическое сопротивление*, l – длина образца, S – площадь поперечного сечения.

Закон Джоуля – Ленца: *Работа, которую совершает ток* I *за время* t:

$$A = Uq = UIt\,. \quad (4.2.5)$$

Мощность тока (работа в единицу времени)

$$P = \frac{A}{t} = UI\,. \quad (4.2.6)$$

Если проводник неподвижен и нет химических превращений, то вся работа тока переходит в тепло.

Отношение теплоты к объему, в котором она выделяется в единицу времени, называется *удельной тепловой мощностью* тока:

$$Q_{уд} = \rho \cdot j^2 \quad (4.2.7)$$

– закон Джоуля – Ленца в дифференциальной форме.

Примеры решения задач

Пример 4.2.1. По железному провдику, диаметр d сечения которого равен 0,6 мм, течет ток 16 А. Определите среднюю скорость $\langle \vec{v} \rangle$ направленного движения электронов, считая, что концентрация n свободных электронов равна концентрации n' атомов проводника.

Решение

Средняя скорость направленного (упорядоченного) движения электронов определяется по формуле

$$\langle v \rangle = \ell / t \qquad (1)$$

где t – время, в течение которого все свободные электроны, находящиеся в отрезке проводника длиной ℓ, перенесут заряд

$$q = eN$$

и создадут ток

$$I = \frac{Q}{t} = \frac{eN}{t} \qquad (2)$$

где e – элементарный заряд, N – число электронов в указанном отрезке.

Число свободных электронов в отрезке проводника объемом V можно выразить следующим образом:

$$N = nV = n\ell S\ , \qquad (3)$$

где S – площадь сечения.

По условию задачи, $n = n'$. Следовательно,

$$n = n' = \frac{N_A}{V_m} = \frac{N_A \cdot \rho}{M}, \qquad (4)$$

где N_A – постоянная Авогадро; V_m – молярный объем металла; M –молярная масса металла; ρ – его плотность.

Подставив последовательно выражения n из формулы (4) в равенство (3) и N из формулы (3) в равенство (2), получим

$$I = \frac{N_A \cdot \ell \cdot \rho \cdot S \cdot e}{M \cdot t}$$

Отсюда найдем

$$\ell = \frac{IM \cdot t}{N_A \cdot \rho \cdot S \cdot e}.$$

Подставив выражение для ℓ в формулу (1), сократив на ℓ и выразив площадь S сечения проводника через диаметр d, найдем среднюю скорость направленного движения электронов:

$$\langle \mathrm{v} \rangle = \frac{4I \cdot M}{\pi d^2 \cdot N_A \cdot \rho \cdot e}$$

Произведем по этой формуле вычисления:

$$\langle \mathrm{v} \rangle = 4,20 \text{ мм/с}$$

Домашние задания

Задача 4-07

По проводу течет ток I. Масса электронов, проходящих через поперечное сечение этого провода за время t, равна m. Определите неизвестную величину.

Шифр	I ,А	m,мг	t ,час
1	10	?	1,0
2	?	0,3	1,2
3	8	0,15	?
4	?	1,5	0,8
5	12	?	1,2

Задача 4-08

В металлическом проводнике с удельным сопротивлением ρ, длиной ℓ и площадью поперечного сечения S идет ток. Мощность, выделяющаяся в проводнике, P. Число электронов, проходящих за t через поперечное сечение этого проводника, равно N.

Определите неизвестную величину.

Шифр	ℓ, м	S, мм^2	P, Вт	t, с	N 10^{19} $с^{-1}$	ρ, нОм.м
1	2	0,4	0,35	1с	?	17
2	?	0,45	0,3	1,5	1,3.	16,3
3	3	?	0,4	2	1,2	17,36
4	4	0,25	?	1	1	17
5	2	0,3	0,2	?	1,2	16,88

Задача 4-09

По металлическому проводнику (молярная масса равна μ, плотность равна ρ) течет ток с плотностью j. На каждый атом металла приходится 1(один) свободный электрон. Средняя скорость упорядоченного движения электронов (дрейфовая скорость) равна $\langle\vec{v}\rangle$. Определите неизвестную величину.

Шифр	$\langle\vec{v}\rangle$, м/с	j, А/м^2	μ, кг/моль	ρ, кг/м^3
1	?	10	0,056	7874
2	$2{,}5\cdot10^{-10}$	?	0,064	8960
3	?	2,5	0,027	2700
4	$3{,}9\cdot10^{-10}$	3,94	?	19300
5	$1\cdot10^{-10}$	0,944	0,197	?

4.3. Электрический ток в жидкостях

Основные законы, уравнения и формулы

Законы электролиза Фарадея.

Первый закон

$$m = k \cdot Q,$$

где m – масса вещества, выделившегося на электроде при прохождении через электролит электрического заряда Q; k – электрохимический эквивалент вещества.

Второй закон

$$k = \frac{\mu}{F \cdot Z},$$

где F – постоянная Фарадея, μ – молярная масса ионов данного вещества; Z – валентность ионов.

Объединенный закон

$$m = \frac{1}{F} \cdot \frac{\mu}{Z} \cdot Q = \frac{1}{F} \cdot \frac{\mu}{Z} \cdot I \cdot t ,$$

где I – величина тока, проходящего через электролит; t – время, в течение которого шел ток.

Примеры решения задач

Пример 4.3.1. Определите скорость u (мкм/ч), с которой растет слой никеля на плоской поверхности металла при электролизе, если плотность тока j, протекающего через электролит, равна 30 А/м. Никель считать двухвалентным металлом.

Решение

Для решения задачи воспользуемся объединенным законом Фарадея

$$m = \frac{1}{F} \cdot \frac{M}{Z} \cdot I \cdot t \quad (1)$$

Будем считать, что электролитическое осаждение никеля идет равномерно по всей поверхности металла. Тогда массу m выделившегося за время t никеля можно выразить через плотность ρ, площадь S поверхности металла и толщину h слоя никеля:

$$m = \rho \cdot S \cdot h \quad (2)$$

Силу тока I выразим через плотность тока и площадь поверхности металла:

$$I = j \cdot S \quad (3)$$

Подставив в формулу (1) выражения для массы (2) и силы тока (3), получим

$$\rho h = \frac{1}{F} \cdot \frac{M}{Z} \cdot j \cdot t \quad (4)$$

При неизменной плотности тока нарастание слоя никеля будет происходить с постоянной скоростью u, определяемой отношением толщины слоя, наращенного за некоторый интервал времени, к этому интервалу $\left(u = h/t\right)$. Тогда из формулы (4) следует

$$u = \frac{1}{F} \cdot \frac{M \cdot j}{Z \cdot \rho} \qquad (5)$$

Убедимся в том, что правая часть равенства дает единицу скорости:

$$\frac{[M] \cdot [j]}{[F] \cdot [\rho]} = \frac{1кг / моль \cdot A / м^2}{1Кл / моль \cdot 1кг / м^2} = \frac{1A \cdot 1м}{1Кл} = \frac{1A \cdot 1м}{1A \cdot c} = 1\frac{м}{c}.$$

При этом было учтено, что валентность Z величина неименованная (безразмерная).

Выпишем значения величин, выразив их в единицах СИ:

Подставим числовые значения и произведем вычисления:

$$u = \frac{58,7 \cdot 10^{-3} \cdot 30}{9,65 \cdot 10^4 \cdot 2 \cdot 8,8 \cdot 10^3} \text{м/с} = 3,74 \text{мкм/ч}.$$

Домашние задания

Задача 4-10

Две электролитические ванны соединены последовательно. В первой ванне выделилось m_1 металла №1 с валентностью Z_1 и молярной массой μ_1, во второй за то же время m_2 металла №2 с валентностью Z_2 и молярной массой μ_2. Определите неизвестную величину.

Шифр	m_1 ,г	m_2 ,г	Z_1	Z_2	μ_1 ,кг/моль	μ_2 ,кг/моль
1	3,9	2,24	2	?	0,065	0,056
2	12,8	4,51	?	3	0,051	0,027
3	5,4	0,38	1	2	?	0,009
4	0,376	1,5	3	1	0,070	?
5	?	9,5	2	1	0,065	0,064

Задача 4-11

Толщина слоя металла плотностью ρ, молярной массой μ и валентностью z, выделившегося за время t при электролизе, равна h, если плотность тока равна j. Определите неизвестную величину.

Шифр	h,мкм	t ,ч	j ,А/м^2	ρ ,кг/м^3	μ ,кг/моль	z
1	?	5	80	8960	0,064	2
2	12	7	?	19300	0,184	2
3	17	?	6	19310	0,197	1
4	3,1	2,5	10	?	0,027	3
5	5,4	1,39	44	7874	0,056	?

Задача 4-12

В электролитической ванне через раствор прошел заряд Q. При этом на катоде выделился металл, масса которого равна m, молярная масса равна μ ,количество вещества равно ν . Валентность металла Z. Определите неизвестную величину.

Шифр	Q ,кКл	ν ,моль	Z	m,г	μ ,кг/моль
1	193	1	?	-	-
2	345	-	3	32,2	?
3	?	4	1	-	-
4	386	?	2	-	-
5	463	-	1	?	0,197

Задача 4-13

На катоде электролитической ванны, если через раствор в течение времени t шел ток силой I, выделился металл валентностью z (количество вещества ν и число атомов N). Определите неизвестную величину.

Шифр	ν , моль	N	t ,с	I ,А	z
1	?	-	300	2	2
2	-	?	30	5	3
3	3,11	-	60	?	1
4	-	$3{,}12\cdot10^{20}$	10	10	?
5	1,5	-	?	4	3

ГЛАВА 5. ЭЛЕКТРОМАГНЕТИЗМ

5.1. Магнитное поле

Основные законы, уравнения и формулы

Движущийся электрический заряд создает и электрическое и магнитное поля (единое электромагнитное поле). Силовая характеристика магнитного поля – магнитная индукция $\vec{B}$ – связана с напряженностью электрического поля $\vec{E}$ соотношением

$$\vec{B} = \frac{1}{c^2}\left[\vec{\mathrm{v}}, \vec{E}\right] \qquad (5.1.1)$$

При скоростях движения зарядов много меньших скорости света

$$\vec{B} = \frac{k}{\varepsilon c^2}\frac{Q\left[\vec{\mathrm{v}}, \vec{r}\right]}{r^3} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon c^2}\frac{Q\left[\vec{\mathrm{v}}, \vec{r}\right]}{r^3} = \frac{\mu_0}{4\pi\varepsilon}\frac{Q\left[\vec{\mathrm{v}}, \vec{r}\right]}{r^3} \qquad (5.1.2)$$

Магнитная сила, действующая на движущийся в магнитном поле заряд, будет равна

$$\vec{F}_{\text{м}} = q\left[\vec{\mathrm{v}}\vec{B}\right] \qquad (5.1.3)$$

Закон Био – Савара – Лапласа определяет *магнитное поле элемента тока*.

Введем понятие элемента тока:

$$I \cdot \mathrm{d}\vec{\ell} = \vec{\mathrm{v}} \cdot \mathrm{d}Q\,. \qquad (5.1.4)$$

По аналогии с магнитным полем движущегося точечного заряда индукция магнитного поля элемента тока в вакууме выражается:

$$\mathrm{d}\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{\mathrm{d}Q\left[\vec{\mathrm{v}}, \vec{r}\right]}{r^3} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\left[\mathrm{d}\vec{\ell}, \vec{r}\right]}{r^3} \qquad (5.1.5)$$

Магнитным диполем называется виток проводника с током (круговой ток) или рамка с током.

Магнитный дипольный момент кругового тока

$$\vec{p}_m = IS\vec{n}\,. \qquad (5.1.6)$$

Индукция поля магнитного диполя на оси диполя

$$B_x = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{IR}{r^3}\int_0^{2\pi R} \mathrm{d}\ell = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{2p_m}{r^3}\,, \qquad (5.1.7)$$

где $\left.\begin{array}{l} r = \sqrt{R^2 + x^2}\,, \\ p_m = I\pi R^2. \end{array}\right\}$

В центре витка (x = 0) индукция магнитного поля равна

$$B_x = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{2p_m}{R^3}\,. \qquad (5.1.8)$$

Модуль вектора индукции магнитного поля бесконечно длинного прямого проводника с током равен

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{2I}{r}\,. \qquad (5.1.9)$$

Модуль вектора магнитной индукции поля бесконечного соленоида и тороида равен

$$B = \mu_0 nI, \qquad (5.1.10)$$

где $n = \dfrac{N}{\ell}$ – число витков на единицу длины («плотность намотки»).

Для тороида $n = \dfrac{N}{2\pi R}$.

Примеры решения задач

Пример 5.1.1. Два прямолинейных длинных проводника расположены параллельно друг другу на расстоянии d = 10 см друг от друга. По проводникам текут токи I_1 = 5 А и I_2 = 5 А в противоположных направлениях. Найдите числовое значение и направление вектора индукции $\vec{B}$ магнитного поля в точке, находящейся на расстоянии $r_1 = r_2$ = 10 см от каждого проводника.

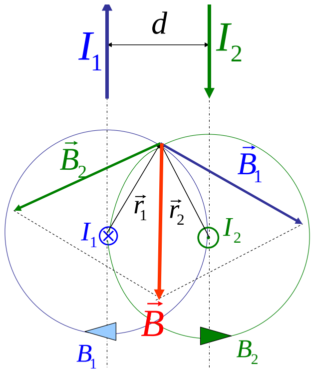


Рис. 5.1

Решение

Токи I_1 и I_2, текущие в проводниках, создают магнитные поля, силовые линии которых (B_1 и B_2) представляют собой окружности, охватывающие токи (рис. 5.1). Направления закрученности силовых линий определяются правилом правого винта. Векторы магнитной индукции $\vec{B}_1$ и $\vec{B}_2$ являются касательными к соответствующим силовым линиям, и поэтому перпендикулярны к радиусам-векторам $\vec{r}_1$ и $\vec{r}_2$. Модули векторов магнитной индукции $\vec{B}_1$ и $\vec{B}_2$ могут быть найдены как по закону Био – Савара – Лапласа, так и с помощью теоремы о циркуляции:

$$B_1 = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{2I_1}{r_1} \text{ и } B_2 = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{2I_2}{r_2}. \quad (1)$$

Индукция результирующего магнитного поля определяется на основании принципа суперпозиции:

$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2. \quad (2)$$

Поскольку $r_1 = r_2 = d$, а токи равны между собой ($I_1 = I_2 = I$), величина вектора $\vec{B}$ равна

$$B = B_1 = B = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{2I}{d}. \quad (3)$$

Подставим числовые значения и выполним вычисления:

$$B = \frac{4\pi\cdot 10^{-7}}{4\pi}\cdot\frac{2\cdot 5}{0{,}1} = 10^{-5} \text{ Тл}$$

Домашние задания

Задача 5-01

Два круговых витка радиусом R каждый расположены в параллельных плоскостях на расстоянии d друг от друга. По виткам текут равные токи величиной I. Индукция магнитного поля на оси витков в точке, находящейся на равном расстоянии от них, равна B_1, если токи в витках текут в одном направлении, и равна B_2, если токи в витках текут в противоположных направлениях. Определите неизвестную величину.

Шифр	R, см	d, м	I, А	B_1, мкТл	B_2, мкТл
1	4	0,1	2	?	?
2	3	0,2	2	15	?
3	2	0,2	?	10	-
4	5	2	5	?	-
5	4	0,1	2	15,2	?

Задача 5-02

Магнитное поле создано кольцевым проводником радиусом R, по которому течет ток I. На оси кольца расположено другое кольцо малых размеров с магнитным моментом p_m. Вектор магнитного момента второго контура перпендикулярен оси. Момент силы, действующей на второй контур равен M, расстояние между центрами колец равно d.Определите неизвестную величину.

Шифр	R, см	I, А	p_m, мА·м^2	M, мкН·м	d, см
1	20	100	10	?	1
2	15	95	?	3	1,2
3	15	?	15	2	1,5
4	20	100	?	4	1,2
5	10	110	10	6,9	?

Задача 5-03

Два параллельных длинных провода, по которым текут в одном направлении одинаковые токи I, находятся на расстоянии a друг от друга. В точке, находящейся от одного провода на расстоянии r_1 и от другого на расстоянии r_2, напряженность магнитного поля равна H. Определите неизвестную величину.

Шифр	I, А	a, см	r_1, см	r_2, см	H, А/м
1	17	?	5,3	6,0	87
2	31	51,0	?	85,0	19
3	12	13,0	17,0	21,0	?
4	11	8,7	7,0	?	64
5	?	3,3	4,7	2,9	70

Задача 5-04

На оси контура с током, магнитный момент которого равен p_m, находится другой такой же контур. Вектор магнитного момента второго контура перпендикулярен оси. Момент силы, действующей на второй контур, равен M. Расстояние между контурами равно d. Размеры контуров малы по сравнению с расстоянием между ними. Определите неизвестную величину.

Шифр	p_m, мА·м^2	M, пН·м	d, см
1	10	?	50
2	?	150	60
3	10	140	?
4	?	160	40
5	15	150	?

Задача 5-05

Вдоль толстостенной трубы с внутренним радиусом R_1, и внешним R_2 идет ток I, равномерно распределенный по сечению. На расстоянии r от оси трубы напряженность магнитного поля равна H. Определите неизвестную величину.

Шифр	R_1, см	R_2, см	I, А	r, см	H, А/м
1	1,4	1,9	4,6	1,8	?
2	7,6	9,7	?	8,5	19,0
3	26,0	36,0	5,2	31,0	?
4	?	15,0	4,5	11,0	2,9
5	17,0	?	3,8	21,0	1,0

Задача 5-06

Длина соленоида равна ℓ, радиус основания R, число витков на единицу длины n. Когда по виткам соленоида течет ток I, то на оси соленоида на расстоянии x от центра напряженность магнитного поля равна H. Определите неизвестную величину.

Шифр	ℓ, см	R, см	n, см$^{-1}$	I, A	x, см	H, А/м
1	14	3,5	15	0,75	4,3	?
2	43	3,7	?	0,46	22,0	1600
3	18	2,7	?	2,5	12,0	175
4	36	7,2	20	?	27,0	2300
5	25	7,5	70	0,8	17,0	?

Задача 5-07

По круговому витку радиуса R течет ток I. На оси витка на расстоянии h от его плоскости находится небольшой контур с током, магнитный момент которого p_m ,составляет угол α осью витка. Момент сил, действующих на малый контур, равен M. Определите неизвестную величину.

Шифр	R, см	I, A	h, см	p_m, мА·м^2	α, градусов	M, мкН·м
1	14,0	16	2,5	?	48	0,15
2	3,5	?	9,8	1,1	78	0,06
3	11,0	39	77,0	4,0	56	?
4	32,0	?	12,0	6,3	44	0,24
5	22,0	51	37,0	3,1	35	?

Задача 5-08

Длинный прямолинейный проводник с током I_1 расположен в плоскости квадратной рамки со стороной a, по которой течет ток I_2. Ближайшая к проводнику сторона рамки параллельна ему и находится от него на расстоянии b. Равнодействующая всех сил, действующих на рамку, равна F. Определите неизвестную величину.

Шифр	I_1, A	I_2, A	a, см	b, см	F, мН
1	?	13	45	3,7	2,6
2	45	?	17	3,4	1,7
3	10	22	25	1,9	?
4	70	6	65	1,8	?
5	31	?	31	2,5	2,3

5.2. Движение в магнитном поле

Примеры решения задач

Пример 5.2.1. Заряд q влетает со скоростью $\vec{v}_0$ в однородное постоянное магнитное поле $\vec{B}$ перпендикулярно линиям магнитной индукции (рис. 5.2). На движущийся в магнитном поле заряд действует магнитная сила:

$$\vec{F}_{м} = q\left[\vec{v}_0, \vec{B}\right].$$

Так как $\vec{F}_{м} \perp \vec{v}_0$, то мощность $N = \left(\vec{F}_{м}, \vec{v}_0\right) = 0$, т.е. магнитная сила не совершает работу и $\left|\vec{v}_0\right| = \text{const}$, а $\vec{v}_0 \neq \text{const}$.

Поэтому $\vec{a}_\tau = 0$ и полное ускорение $a \equiv a_n$. В соответствии со вторым законом Ньютона

$$\left.\begin{aligned} &q\left[\vec{v}_0, \vec{B}\right] = m\vec{a}_n, \\ &q v_0 B = m\frac{v_0^2}{R}. \end{aligned}\right\} \qquad (1)$$

Радиус окружности (орбиты), по которой движется электрон, равен

$$R = \frac{m v_0}{qB}. \qquad (2)$$

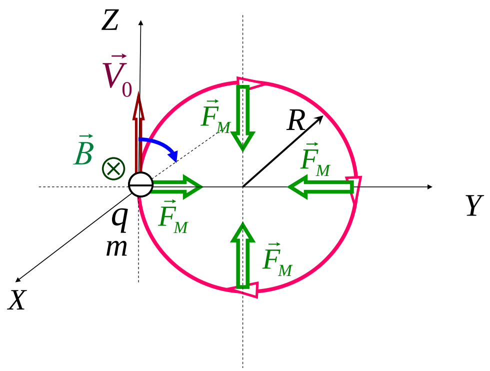


Рис. 5.2. Траектория движения заряда в однородном магнитном поле

Период движения по орбите равен

$$T = \frac{2\pi R}{v_0} = \frac{2\pi m}{qB}. \qquad (3)$$

Угловая частота равна

$$\omega = \frac{qB}{m}. \qquad (4)$$

Пример 5.2.2. Электрон, имеющий скорость v = $8\cdot10^8$ см/с, влетает в однородное магнитное поле с индукцией $B = 3{,}14\cdot10^{-2}$ Тл под углом α = 30° к вектору $\vec{B}$ (рис. 5.3, *а*). Определите радиус R и шаг h винтовой линии, по которой будет двигаться электрон.

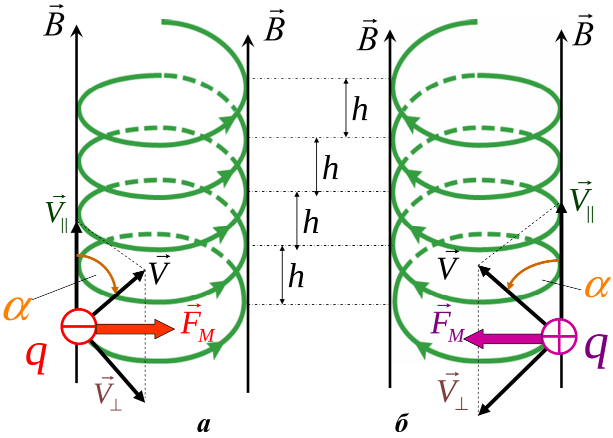


Рис. 5.3

Решение

Разложим скорость электрона на две составляющие: параллельную линиям индукции и перпендикулярную им (рис. 5.3).

Движение заряда со скоростью $\vec{v}_{\parallel} \parallel \vec{B}$ – равномерное прямолинейное движение вдоль $\vec{B}$, так как $F_м = 0$. При этом $\vec{v}_{\parallel} = \text{const}$.

При движении электрона со скоростью $\vec{v}_{\perp}$ магнитная сила равна

$$q\left[\vec{v}_{\perp}, \vec{B}\right] = m\vec{a}_n, \qquad (1)$$

или, в скалярном виде,

$$qv_{\perp}B = \frac{mv_{\perp}^2}{R}, \qquad (2)$$

где

$$v_{\perp} = v_0 \sin\alpha. \qquad (3)$$

Электрон будет двигаться по окружности радиусом

$$R = \frac{m\text{v}_\perp}{qB} = \frac{m\text{v}\sin\alpha}{qB}. \qquad (4)$$

Результатом сложения двух одновременных движений со скоростями $\vec{\text{v}}_\perp$ и $\vec{\text{v}}_\parallel$ является движение по винтовой линии:
шаг винтовой линии:

$$h = \text{v}_\parallel T, \qquad (5)$$

где

$$\text{v}_\parallel = \text{v}_0 \cos\alpha. \qquad (6)$$

Радиус винтовой линии:

$$R = \frac{m\text{v}_0 \sin\alpha}{qB}, \qquad (7)$$

период движения по окружности:

$$T = \frac{2\pi R}{\text{v}_\perp} = \frac{2\pi m}{qB}. \qquad (8)$$

Подставим числовые значения в формулы (5) и (7) и выполним вычисления:

$$R = \frac{9{,}11\cdot 10^{-31}\cdot 8\cdot 10^{6}\cdot 0{,}5}{1{,}6\cdot 10^{-19}\cdot 3{,}14\cdot 10^{-2}} = 7{,}25\cdot 10^{-4}\ \text{м},$$

$$h = \frac{9{,}11\cdot 10^{-31}\cdot 2\cdot 3{,}14\cdot 8\cdot 10^{6}\cos 30^\circ}{1{,}6\cdot 10^{-19}\cdot 3{,}14\cdot 10^{-2}} = 7{,}89\cdot 10^{-3}\ \text{м}.$$

Домашние задания

Задача 5-09

Частицы с зарядом $q=Z\cdot e$ (e – элементарный заряд) и массой $m=A\cdot m_p$ (m_p – масса протона) ускоряются в циклотроне и получают энергию W. Максимальный радиус орбиты частиц в циклотроне R, магнитная индукция равна B. Определите неизвестную величину.

Шифр	Z	A	W, МэВ	R, м	B, Тл
1	6	12	730	?	1,5
2	1	2	110	2,4	?
3	2	4	270	?	2,1
4	1	1	?	0,3	1,7
5	1	2	?	0,7	2,1

Задача 5-10

Ион с зарядом $q=Z\cdot e$ (e – элементарный заряд) и массой $m=A\cdot m_p$ (m_p – масса протона) ускоряется разностью потенциалов U и влетает в однородное магнитное поле напряженностью H перпендикулярно его силовым линиям. Траектория иона имеет радиус R, время одного оборота T. Определите неизвестную величину.

Шифр	Z	A	U, кВ	H, кА/м	R, см	T, мкс
1	1	2	?	19	90	-
2	1	1	9,7	-	29	?
3	6	12	6,7	16	?	-
4	2	4	3,8	?	110	-
5	2	4	2,5	-	?	2,7

Задача 5-11

Ион с зарядом $q=Z\cdot e$ (e – элементарный заряд) и массой $m=A\cdot m_p$ (m_p – масса протона) энергия которого равна W, влетает в однородное магнитное поле напряженностью H под углом α к направлению силовых линий. Шаг винтовой линии, по которой ион движется в поле, равен h. Определите неизвестную величину.

Шифр	Z	A	W, кэВ	H, кА/м	α, градусов	h, см
1	1	1	?	21,0	80	90
2	6	12	184,0	68,0	?	110
3	2	4	0,75	5,5	32	?
4	2	2	13,0	?	35	380
5	10	20	310,0	28,0	50	?

Задача 5-12

Частица с зарядом $q=Z\cdot e$ (e – элементарный заряд) и массой $m=A\cdot m_p$ (m_p – масса протона) влетает в однородное магнитное поле индукции B со скоростью V под углом α к направлению поля. В магнитном поле частица движется по винтовой линии с радиусом R и шагом h. Определите неизвестную величину.

Шифр	Z	A	B,Тл	V, км/с	α, градусов	R, см	h, см
1	2	4	1,9	?	25	-	11
2	1	2	?	7700	70	18,0	-
3	10	22	2,1	3400	?	-	16
4	6	12	1,3	6300	-	5,4	?
5	1	1	0,8	1400	35	?	-

5.3. Движение в совместных электрическом и магнитном полях

Основные законы, уравнения и формулы

Электрическая и магнитная силы составляют полную силу, действующую на заряд, движущийся в произвольном электромагнитное поле (рис. 5.4):

$$\vec{F}_{\text{эм}} = q\vec{E} + q\left[\vec{\text{v}}\vec{B}\right]. \tag{5.3.1}$$

Эту силу, как известно, принято называть *электромагнитной силой Лоренца.*

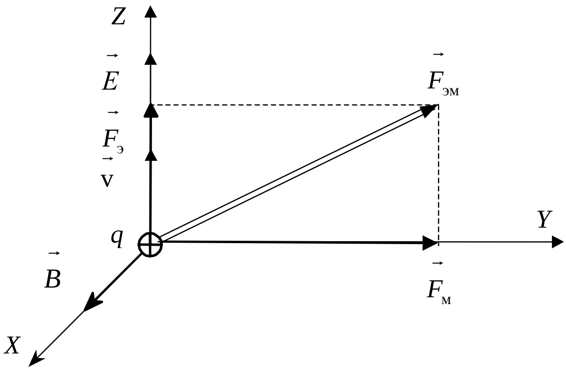


Рис. 5.4

Примеры решения задач

Пример 5.3.1. Альфа-частица прошла ускоряющую разность потенциалов (U=14 В и влетела в скрещенные под прямым углом электрическое (E=10 кВ/м) и магнитное (B=0,1 Тл) поля (рис. 5.5). Найти отношение заряда альфа-частицы к ее массе, если, двигаясь перпендикулярно обоим полям, частица не испытывает отклонений от прямолинейной траектории.

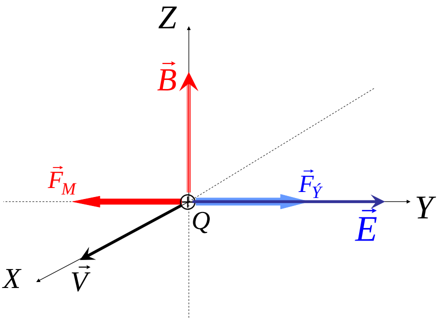


Рис. 5.5

Решение

Для того, чтобы найти отношение заряда Q альфа-частицы к ее массе m, воспользуемся связью между работой сил электрического поля и изменением кинетической энергии частицы

$$Q \cdot U = \frac{m \cdot V^2}{2}, \qquad (1)$$

откуда

$$Q/m = \frac{V^2}{2 \cdot U} \qquad (2).$$

Скорость альфа-частицы найдем из следующих соображений.

В скрещенных (совместных) электрическом и магнитном полях на движущуюся заряженную частицу действуют две силы (рис. 5.5):

а) магнитная сила Лоренца

$$\vec{F}_M = Q \cdot \left[\vec{V}\vec{B}\right], \qquad (3)$$

направленная перпендикулярно скорости $\vec{V}$ и вектору магнитной индукции $\vec{B}$;

б) электрическая сила Кулона

$$\vec{F}_Э = Q \cdot \vec{E}, \qquad (4)$$

сонаправленная с вектором напряженности $\vec{E}$ электростатического поля (Q>O).

Альфа-частица не будет испытывать отклонения, если векторная сумма сил будет равна нулю

$$\vec{F}_M + \vec{F}_Э = 0\,. \qquad (5)$$

В проекции на ось Y

$$QE - QVB = 0\,,$$

откуда

$$V = E/B \qquad (6)$$

Подставив это выражение скорости в формулу (2), получим

$$Q/m = \frac{E^2}{2 \cdot U \cdot B^2}\,. \qquad (7)$$

Произведем вычисления

$$Q/m = \frac{\left(10^4\right)^2}{2 \cdot 104 \cdot \left(0{,}1\right)^2} = 4{,}81 \cdot 10^7 \text{ Кл/кг}$$

Домашние задания

Задача 5-13

Электрическое поле напряженностью E и магнитное поле напряженностью H имеют одинаковое направление. Частица с зарядом $q=Z\cdot e$ (e – элементарный заряд) и массой $m=n\cdot m_e$ (m_e – масса электрона) влетает в поля перпендикулярно к силовым линиям, обладая энергией W. Радиус кривизны траектории частицы в начальный момент равен R. Определите неизвестную величину.

Шифр	E, кВ/м	H, кА/м	Z	n	W, кэВ	R, см
1	360	17,0	1	1	?	1,36
2	150	7,2	1	1	6,4	?
3	?	3,5	1	1	18,0	7,3
4	82	39,0	1	1840	?	125,0
5	370	?	2	2000	1520,0	240,0

Задача 5-14

Протон влетает со скоростью V_0 в область пространства, где имеются однородные электрическое (напряженность E) и магнитное (индукция B) поля. Векторы напряженности $\vec{E}$ и индукции $\vec{B}$ совпадают по направлению. Ускорение протона для начального момента движения в полях, если направление вектора скорости *параллельно* векторам $\vec{E}$ и $\vec{B}$, равно a. Определите неизвестную величину.

Шифр	V_0 ,км/с	E ,В/м	B ,мТл	a ,Гм/с^2
1	100	210	3,3	20,1
2	?	200	3	19,16
3	90	?	33	18
4	110	220	-	?
5	-	190	?	18,2

Задача 5-15

Протон влетает со скоростью V_0 в область пространства, где имеются однородные электрическое (напряженность E) и магнитное (индукция B) поля. Векторы напряженности $\vec{E}$ и индукции $\vec{B}$ совпадают по направлению. Ускорение протона для начального момента движения в полях, если направление вектора скорости *перпендикулярно* векторам $\vec{E}$ и $\vec{B}$, равно a .Определите неизвестную величину.

Шифр	V ,км/с	Е,В/м	В,мТл	a,Гм/с^2
1	100	210	3,3	?
2	?	200	3	40
3	90	?	4	35
4	80	190	?	38
5	100	200	3,5	?

Задача 5-16

Магнитное поле с индукцией В и электрическое поле напряженностью Е направлены одинаково. Электрон влетает в такое электромагнитное поле со скоростью V_0. Полное ускорение электрона равно a. Скорость электрона направлена *параллельно* силовым линиям полей. Определите неизвестную величину.

Шифр	B, мТл	E, В/см	V ,10^5м/с	a_τ ,10^{12}м/с^2	a_n ,м/с^2	a ,10^{12} м/с^2
1	10,1	10	1	-	-	?
2	?	12	2	-	0	170
3	11	?	1	-	-	175
4	9	11	?	-	0	180
5	10	9	1,5	?	-	158

Задача 5-17

Магнитное поле с индукцией B и электрическое поле напряженностью E направлены одинаково. Электрон влетает в такое электромагнитное поле со скоростью V_0. Полное ускорение электрона равно a. Скорость электрона направлена *перпендикулярно* силовым линиям полей. Определите неизвестную величину.

Шифр	B, мТл	E, В/см	V, 10^5 м/с	a_τ, м/с^2	a_n, 10^{12} м/с^2	a, 10^{12} м/с^2
1	10,1	10	1	-	-	?
2	1	11	2	?	-	200
3	?	9	1	-	-	180
4	3	?	3	-	200	-
5	4	5,3	4	0	?	300

5.4. Электромагнитная индукция

Основные законы, уравнения и формулы

Закон Фарадея: во всяком замкнутом проводящем контуре L при изменении магнитного потока Φ_B через поверхность S, ограниченную этим контуром, возникают ЭДС $\mathcal{E}_i$ и ток индукции I_i:

$$\mathcal{E}_i = -\frac{\partial \Phi_B}{\partial t}, \qquad (5.4.1)$$

$$I_i = \frac{\mathcal{E}_i}{R} = \frac{1}{R}\left(-\frac{\partial \Phi_B}{\partial t}\right), \qquad (5.4.2)$$

где R – активное сопротивление контура;

Если в катушке N витков, то

$$\mathcal{E}_i = -\frac{\partial \Psi_B}{\partial t} = -N\frac{\partial \Phi_B}{\partial t} = -\frac{\partial (N\Phi_B)}{\partial t}, \qquad (5.4.3)$$

где

$$N\Phi_B = \Psi_B \qquad (5.4.4)$$

– потокосцепление.

При вращении контура с угловой скоростью ω:

$$\Phi_B = \left(\vec{B}, \vec{S}\right) = BS\cos\omega t, \qquad (5.4.5)$$

Если охарактеризовать проводящий контур величиной *индуктивности* L, то потокосцепление будет равно $\Psi = LI$, где I – первичный ток в контуре.

Тогда закон электромагнитной индукции Фарадея для явления *самоиндукции*:

$$\mathcal{E}_i = -L\frac{\partial I}{\partial t} \qquad (5.4.6)$$

Примеры решения задач

Пример 5.4.1. В однородном магнитном поле, индукция которого B = 5 Тл, вращается стержень длиной ℓ = 1 м с постоянной угловой скоростью ω = 20 рад/с. Ось вращения перпендикулярна стержню, проходит через его конец и параллельна силовым линиям магнитного поля (рис. 5.4). Найдите разность потенциалов $(\varphi_0 - \varphi_c)$, возникающую между концами стержня.

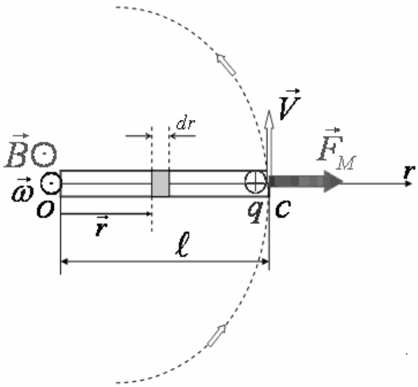


Рис. 5.6

Решение

Перераспределение зарядов в стержне происходит под действием магнитной составляющей силы Лоренца

$$\vec{F}_\text{м} = q\left[\vec{\text{v}}, \vec{B}\right] , \qquad (1)$$

являющейся в данном случае сторонней. Если стержень вращается так, как показано на рис. 5.6 (ось вращения проходит через точку O), то электроны будут накапливаться на закрепленном конце стержня.

Заряды разных знаков накапливаются на концах стержня до тех пор, пока электрическая сила созданного ими кулоновского поля не уравновесит магнитную силу:

$$\vec{F}_{Э} + \vec{F}_{М} = 0, \tag{2}$$

или

$$q\vec{E}_{к} + q\left[\vec{v}, \vec{B}\right] = 0. \tag{3}$$

Вращающийся стержень пронизывается переменным магнитным потоком, и, в соответствии с законом электромагнитной индукции, в нем наводится (индуцируется) ЭДС индукции, и между двумя любыми точками стержня возникает разность потенциалов

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_1^2 \left(\vec{E}_{к}, \mathrm{d}\vec{r}\right). \tag{4}$$

Подставив в формулу (4) величину $\vec{E}_{К}$ из уравнения (3) получим

$$\varphi_1 - \varphi_2 = -\int_1^2 \left(\left[\vec{v}, \vec{B}\right], \mathrm{d}\vec{r} \right). \tag{5}$$

Для проведения расчета введем радиус-вектор $\vec{r}$, направленный от оси вращения вдоль стержня. Вектор линейной скорости $\vec{v}$ любой точки стержня перпендикулярен вектору $\vec{B}$. Вектор $\left[\vec{v}, \vec{B}\right]$ направлен по стержню от оси вращения. Это направление сохранится в любом положении стержня. Таким образом, вектор $\left[\vec{v}, \vec{B}\right]$ коллинеарен радиусу-вектору $\vec{r}$.

Учитывая коллинеарность векторов $\left[\vec{v}, \vec{B}\right]$ и $\mathrm{d}\vec{r}$ и выражая линейную скорость, различную для разных точек стержня, через угловую ($\mathrm{v} = \omega r$), получаем:

$$\left(\left[\vec{v}, \vec{B}\right], \mathrm{d}\vec{r} \right) = \mathrm{v}B\mathrm{d}r = B\omega r\mathrm{d}r. \tag{6}$$

При интегрировании от т.O до т.C r изменяется от 0 до ℓ. Таким образом, подставляя (6) в (5) и учитывая пределы интегрирования, получаем:

$$\varphi_O - \varphi_C = -\omega B \int_0^{\ell} r\mathrm{d}r = -\frac{\omega B \ell^2}{2}. \tag{7}$$

Подставим численные значения и выполним вычисления:

$$\varphi_O - \varphi_C = -\frac{20 \cdot 5 \cdot 1^2}{2} = -50 \text{ В}.$$

Пример 5.4.2. В однородном магнитостатическом поле с индукцией $B = 0{,}1$ Тл равномерно вращается рамка, содержащая $N = 1000$ витков, с частотой $n = 10$ Гц. Площадь рамки равна $S = 150$ см^2. Определите мгновенное значение ЭДС индукции ε_i, соответствующее углу поворота рамки $\alpha = 30°$, где α – угол между векторами $\vec{B}$ и $\vec{n}$ (рис. 5.7), а также максимальное и среднее значения ЭДС за минимальное время τ, в течение которого магнитный поток, пронизывающий рамку, изменится от нуля до максимального значения.

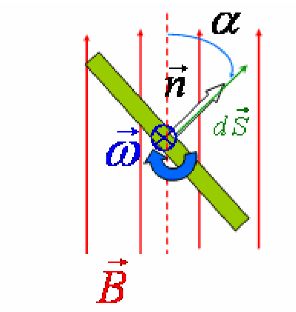


Рис. 5.7

Решение

1. Мгновенное значение ЭДС индукции определяется формулой закона Фарадея:

$$\mathcal{E}_i = -\frac{\partial \Psi_B}{\partial t} = -N\frac{\partial \Phi_B}{\partial t} = -\frac{\partial (N\Phi_B)}{\partial t}. \qquad (1)$$

При вращении рамки магнитный поток изменяется по закону

$$\Phi_B = (\vec{B}, \vec{S}) = BS\cos\omega t, \qquad (2)$$

где $\omega = 2\pi n$ – угловая частота.

Найдем мгновенное значение ЭДС индукции: подставив значение $\omega t = \alpha$.

$$\mathcal{E}_i = -\frac{\partial \Psi_B}{\partial t} = -N\frac{\partial \Phi_B}{\partial t} = NBS\omega \sin \omega t\ , \tag{3}$$

Произведя вычисления по формуле (3), получим:

$$\mathcal{E}_i = 47{,}1\ \text{В}.$$

2. Максимальное значение ЭДС индукции равно амплитудному значению согласно формуле

$$\mathcal{E}_i^{\max} = NBS\omega = NBS \cdot 2\pi n \tag{4}$$

Произведя вычисления по формуле (4), получим:

$$\mathcal{E}_i^{\max} = 94{,}2\ \text{В}.$$

3. Среднее значение ЭДС за минимальное время, в течение которого магнитный поток, пронизывающий рамку, изменится от нуля до максимального значения, т.е. за $\tau = \frac{1}{4}T$, где $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{1}{n}$ (поскольку поток изменяется по косинусоидальному закону):

$$\begin{gathered}\left\langle \mathcal{E}_i \right\rangle = \frac{1}{\tau}\int\limits_0^{\tau} \varepsilon_i(t)\,\mathrm{d}t = \frac{1}{\tau}\int\limits_0^{\tau} NBS\omega \sin \omega t\ \mathrm{d}t = \\ = \frac{4}{T}NBS(\cos 0 - \cos\frac{\pi}{2}) = 4nNBS.\end{gathered} \tag{5}$$

Произведя вычисления по формуле (5), получим:

$$\left\langle \mathcal{E}_i \right\rangle = 60\ \text{В}.$$

Домашние задания

Задача 5-18

В однородном магнитном поле напряженностью H вращается с частотой оборотов n металлический стержень длиной ℓ так, что ось вращения проходит перпендикулярно к стержню через один из его концов, а плоскость вращения перпендикулярна магнитному полю. На концах стержня индуцируется разность потенциалов U. Определите неизвестную величину.

Шифр	H, кА/м	n, $с^{-1}$	ℓ, см	U, мВ
1	?	15	45	14
2	970	?	62	1500
3	200	17	12	?
4	175	25	?	900
5	64	2,5	170	?

Задача 5-19

В одной плоскости с квадратной проволочной рамкой расположен длинный прямой проводник с током I. Сторона рамки равна a, сопротивление ее R. Ближайшая к проводнику сторона рамки находится от него на расстоянии b. При выключении тока в проводнике по рамке протек заряд q. Определите неизвестную величину.

Шифр	I, А	a, см	b, см	R, Ом	q, мкКл
1	35,0	1,4	1	0,13	?
2	?	45,0	3,5	0,45	7,1
3	52,0	23,0	14,0	?	130,0
4	0,5	130,0	22,0	1,7	?
5	?	9,0	12,0	0,025	0,53

Задача 5-20

Обмотка соленоида состоит из одного слоя плотно прилегающих друг к другу витков провода с удельным сопротивлением ρ. Толщина провода равна d, диаметр обмотки соленоида D. По соленоиду течет ток I. Когда концы обмотки замкнули накоротко, через обмотку протек заряд q. Определите неизвестную величину.

Шифр	ρ, нОм·м	d, мм	D, см	I, А	q, мкКл
1	?	0,48	4,8	0,85	360,0
2	24	1,3	4,4	?	12,0
3	76	0,037	?	0,075	0,047
4	32	0,25	7,2	3,2	?
5	26	?	2,3	3,1	240,0

Задача 5-21

По двум гладким медным шинам, установленным под углом α к горизонту, скользит под действием силы тяжести со скоростью V медная перемычка массы m. Шины замкнуты на сопротивление R. Расстояние между шинами ℓ. Система находится в однородном магнитном поле с индукцией B, перпендикулярном к плоскости, в которой перемещается перемычка. Сопротивление шин, перемычки и скользящих контактов, а также самоиндукция контура пренебрежимо малы. Определите неизвестную величину.

Шифр	m, г	V, м/с	ℓ, м	R, Ом	B, Тл	α, градусов
1	22	?	0,1	0,15	1,0	22
2	27	3,4	?	0,4	1,2	16
3	30	2,8	0,15	?	0,5	28
4	36	1,5	0,20	0,28	?	19
5	?	1,7	0,18	0,85	0,7	25

Задача 5-22

Рамка площадью S равномерно вращается с частотой ν относительно оси, лежащей в плоскости рамки и перпендикулярной вектору индукции однородного магнитного поля (B). Среднее значение ЭДС индукции за время, в течение которого магнитный поток, пронизывающий рамку, изменится от нуля до максимального значения, равно $\langle \varepsilon_i \rangle$.Определите неизвестную величину.

Шифр	S ,см^2	ν ,Гц	$\lvert\vec{B}\rvert$,Тл	$\langle \varepsilon_i \rangle$,В
1	200	10	0,2	?
2	?	8	0,15	0,15
3	250	?	0,18	0,2
4	220	9	?	0,170
5	190	11	0,2	?

Задача 5-23

В однородном магнитном поле с индукцией B равномерно с частотой ν вращается рамка площадью S, содержащая N витков. Ось вращения лежит в плоскости рамки, перпендикулярно вектору индукции. Максимальное значение ЭДС индукции, возникающей в рамке, равно $\varepsilon_i^{\max}$. Определите неизвестную величину.

Шифр	B ,Тл	ν ,Гц	S ,см^2	N	ε_i ,В
1	0,35	8	50	500	?
2	?	7	50	600	50
3	0,4	?	40	550	40
4	0,3	9	?	500	45
5	0,45	6	53	?	44

Задача 5-24

Индуктивность катушки равна L. Ток частотой ν , протекающий по катушке, изменяется по синусоидальному закону. Среднее значение ЭДС самоиндукции, возникающей за интервал времени, в течение которого ток в катушке изменяется от минимального до максимального значения, равно $\langle \varepsilon_i \rangle$ Амплитудное значение тока I_0. Определите неизвестную величину.

Шифр	L, мГн	ν, Гц	$\langle \varepsilon_i \rangle$, В	I_m, А
1	2	50	?	10
2	?	45	4	9
3	3	?	2	11
4	2	60	?	9
5	1	45	3	?

Задача 5-25

Индуктивность катушки равна L, а сопротивление R. Ток в катушке уменьшается в N раз через время t после того, как источник тока выключен и катушка замкнута накоротко. Определите неизвестную величину.

Шифр	L, Гн	R, Ом	t, с	N
1	0,2	1,64	0,05	?
2	?	1,5	0,06	1,5
3	0,3	?	0,07	1,4
4	0,25	1,6	?	1,3
5	0,4	1,5	0,04	?

Задача 5-26

По катушке индуктивностью L течет ток I. При размыкании цепи величина тока равномерно изменяется до нуля за время t. Определите среднюю $\langle \varepsilon_i \rangle$ ЭДС самоиндукции, возникающую в контуре.

Шифр	L, мГн	I, А	t, мкс	$\langle \varepsilon_i \rangle$, В
1	0,03	0,6	120	?
2	?	0,5	100	0,15
3	0,02	?	110	0,2
4	0,035	0,55	?	0,15
5	0,025	0,6	105	?

Задача 5-27

Соленоид содержит N витков. Площадь каждого витка равна S. По обмотке течет ток, создающий магнитное поле с индукцией B. Найдите среднюю $\langle \varepsilon_i \rangle$ ЭДС индукции, возникающую в соленоиде, если ток равномерно уменьшается до нуля за время t.

Шифр	N	S, см^2	B, Тл	$\langle \varepsilon_i \rangle$, кВ	t, мкс
1	1000	10	1,5	?	500
2	?	8	2	3	600
3	1125	?	1,5	2	550
4	1100	11	?	3	500
5	1000	7	1	4	?

ГЛАВА 6. ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ КОЛЕБАТЕЛЬНЫЙ КОНТУР

6.1. Собственные колебания

Уравнение гармонических колебаний в электрическом колебательном контуре:

$$q(t) = q_m \sin\left(\omega_0 t + \frac{\pi}{2}\right). \tag{6.1.1}$$

Амплитуда q_m определяется начальным запасом энергии и не зависит от параметров колебательной системы.

Собственная циклическая (круговая) частота $\omega_0 = 2\pi\nu_0 = \dfrac{2\pi}{T_0}$ зависит от параметров колебательной системы:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}}. \tag{6.1.2}$$

Период собственных колебаний: $T_0 = 2\pi/\omega_0$.

Частота колебаний: $\nu_0 = 1/T_0$.

Фаза колебания: $\Phi = \omega_0 t + \varphi$ (где φ – *начальная фаза колебания*) определяет значение заряда q в данный момент времени.

$$u(t) = \frac{q(t)}{C} \text{ и } u_m = \frac{q_m}{C}, \tag{6.1.3}$$

$$u(t) = u_m \cos(\omega_0 t + \varphi). \tag{6.1.4}$$

где u и u_m – мгновенное и амплитудное значения напряжения между обкладками конденсатора.

Соотношение, связывающее амплитудные значения тока и напряжения:

$$i_m = u_m \sqrt{\frac{C}{L}}. \tag{6.1.5}$$

Примеры решения задач

Пример 6.1.1. Катушка (длина $\ell = 50$ см, площадь поперечного сечения $S_{\text{катушки}} = 3$ см^2, число витков $N = 1000$, без сердечника) и плоский воздушный конденсатор (площадь каждой пластины $S_{\text{пластины}} = 75$ см^2, расстояние между пластинами $d = 5$ мм, диэлектрическая проницаемость воздуха $\varepsilon = 1$) образуют электрический колебательный контур. Определите T_0 – период гармонических колебаний в этом контуре.

Решение

Период гармонических колебаний в электрическом колебательном контуре определяется по формуле Томсона:

$$T_0 = 2\pi\sqrt{LC}\,, \qquad (1)$$

где L – индуктивность катушки; C – емкость конденсатора.

Индуктивность катушки находится по формуле

$$L = \mu_0 \mu \frac{N^2 S_{\text{катушки}}}{\ell}\,, \qquad (2)$$

где μ – магнитная проницаемость сердечника катушки (здесь $\mu = 1$).

Емкость конденсатора находится по формуле

$$C = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S_{\text{пластины}}}{d}\,. \qquad (3)$$

Тогда, подставив формулы (2) и (3) в формулу (1), получим

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{\mu_0 \mu N^2 S_{\text{катушки}} \varepsilon_0 \varepsilon S_{\text{пластины}}}{\ell d}}\,.$$

Подставим числовые значения и выполним вычисления:

$$T = 2\cdot 3{,}14\cdot\sqrt{\frac{4\cdot 3{,}14\cdot 10^{-7}\cdot 1\cdot 1000^2\cdot 3\cdot 10^{-4}\cdot 8{,}85\cdot 10^{-12}\cdot 1\cdot 7{,}5\cdot 10^{-3}}{0{,}005\cdot 0{,}5}} =$$

$$= 6{,}28\cdot 10^{-7}\ \text{с}.$$

Пример 6.1.2. Ток в колебательном контуре изменяется по закону $i(t) = -\,0{,}02\sin 400\pi t$, А. Индуктивность контура $L = 1$ Гн. Найдите максимальную энергию электрического поля в конденсаторе $W_Э^m$.

Решение

Энергию электрического поля в конденсаторе найдем по формуле

$$W_Э = \frac{q^2}{2C}. \tag{1}$$

Так как заряд на обкладках конденсатора изменяется по закону

$$q(t) = q_m \cos(\omega_0 t + \varphi), \tag{2}$$

то формула (1) с учетом (2) примет вид

$$W_Э = \frac{q_m^2}{2C}\cos^2(\omega_0 t + \varphi). \tag{3}$$

Поскольку ток в контуре изменяется по закону

$$i(t) = \dot{q}(t) = -\,\omega_0 q_m \sin(\omega_0 t + \varphi) = -\,i_m \sin(\omega_0 t + \varphi), \tag{4}$$

то максимальный заряд на обкладках конденсатора согласно (4) будет равен

$$q_m = \frac{i_m}{\omega_0}. \tag{5}$$

Для определения емкости конденсатора воспользуемся формулой собственной частоты колебаний в электрическом колебательном контуре

$$\omega_0^2 = \frac{1}{LC} \Rightarrow C = \frac{1}{\omega_0^2 L}. \tag{6}$$

Таким образом, подставив (4) – (6) в (3), получим, что энергия электрического поля в конденсаторе равна

$$W_Э = \frac{L i_m^2}{2}\cos^2(\omega_0 t + \varphi). \tag{7}$$

Отсюда максимальная энергия электрического поля

$$W_Э^m = \frac{L i_m^2}{2}. \tag{8}$$

Так как i_m = 0,02 А, то подставив в (8) числовые значения получим:

$$W_Э^m = \frac{1 \cdot 0,02^2}{2} = 2 \cdot 10^{-4} \text{ Дж.}$$

Эту же задачу можно решить и другим способом. В соответствии с законом сохранения энергии, максимальная энергия электрического поля в конденсаторе равна максимальной энергии магнитного поля в катушке:

$$W_Э^m = W_М^m .$$

Поскольку

$$W_M^m = \frac{1}{2} L i_m^2 ,$$

то

$$W_Э^m = \frac{1}{2} L i_m^2 .$$

Домашние задания

Задача 6-01

Плоский конденсатор, заполненный диэлектриком с проницаемостью ε и состоящий из двух круглых пластин (диаметр каждой D, расстояние между пластинами d) и катушка индуктивностью L образуют электрический колебательный контур. Период гармонических колебаний контура T_0. Определите неизвестную величину.

Шифр	D, см	d, см	L, мкГн	T_0, с	ε
1	20	1	1	?	1,0
2	?	1,5	3	33,1	2,2
3	60	?	2	50,0	2,0
4	30	15,8	?	60	7,0
5	59,9	2	3,29	200	?

Задача 6-02

Конденсатор емкостью C и катушка (длина ℓ, площадь поперечного сечения S, число витков – N, сердечник немагнитный) образуют электрический колебательный контур. Период гармонических колебаний контура T_0. Определите неизвестную величину.

Шифр	C, пФ	ℓ, см	S, см^2	N	T_0, мкс
1	500	40	5	1000	?
2	?	50	10	2000	5,56
3	77,9	?	7	1500	9
4	250	7,51	?	500	2
5	400	30	0,97	?	4

Задача 6-05

Электрический колебательный контур состоит из катушки индуктивностью L и плоского конденсатора, пластины которого площадью S разделены парафинированной бумагой толщиной d. Циклическая частота гармонических колебаний в этом контуре равна ω_0. Диэлектрическая проницаемость парафинированной бумаги равна. Определите неизвестную величину.

Шифр	L, Гн	S, м^2	d, мм	ε	ω_0, с$^{-1}$
1	0,07	0,45	0,1	2,0	?
2	?	0,55	0,2	3,0	$1{,}34 \cdot 10^4$
3	0,076	?	0,15	5,0	$3 \cdot 10^4$
4	0,05	0,0496	?	7,0	$4 \cdot 10^4$
5	0,04	0,35	0,246	?	$2 \cdot 10^4$

6.2. Затухающие колебания

Дифференциальное уравнение затухающих колебаний в электрическом колебательном контуре:

$$\ddot{q} + 2\beta\dot{q} + \omega_0^2 q = 0, \qquad (6.2.1)$$

где

$$\beta = \frac{R}{2L} \qquad (6.2.2)$$

– коэффициент затухания.

Решение дифференциального уравнения

$$q = q_m(t)\cos(\omega' t + \varphi), \qquad (6.2.3)$$

где

$$\omega' = \frac{2\pi}{T'} = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2} \qquad (6.2.4)$$

– частота затухающих колебаний; T′ – период затухающих колебаний.

В каждом периоде амплитуда уменьшается по закону

$$q_m(t) = q_m(0)e^{-\beta t}. \tag{6.2.5}$$

Логарифмический декремент затухания:

$$\lambda = \ln\frac{q_m(t)}{q_m(t+T')} = \ln\frac{q_m(0)e^{-\beta t}}{q_m(0)e^{-\beta(t+T')}} = \beta T' = \frac{1}{N_e}. \tag{6.2.6}$$

где N_e – число колебаний, в течение которых амплитуда убывает в e раз:

Добротность:

$$Q = \frac{\pi}{\lambda} = \pi N_e = \frac{\omega'}{2\beta}. \tag{6.2.7}$$

Для электрического колебательного контура:

$$Q = \frac{u_C^{\max}}{u_R^{\max}} = \frac{q_m/C}{i_m R} = \frac{\omega_0}{2\beta}. \tag{6.2.8}$$

Примеры решения задач

Пример 6.2.1. Электрический колебательный контур (рис. 6.1) состоит из конденсатора емкостью C = 7 мкФ, катушки индуктивностью L = 0,23 Гн и сопротивления R = 40 Ом. Максимальный заряд на обкладках конденсатора равен $q_m = 5{,}6\cdot10^{-4}$ Кл. Начальная фаза равна нулю. Выведите закон изменения тока в контуре $i = i(t)$.

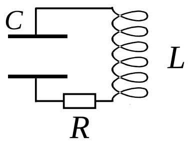


Рис. 6.1

Решение

Ток в цепи контура может быть найден по формуле

$$i = \frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t}. \tag{1}$$

Так как сопротивление контура не равно нулю, то колебания будут затухающими. А это означает, что закон изменения заряда на обкладках конденсатора имеет вид

$$q(t) = q_m e^{-\beta t}\cos \omega' t, \quad (2)$$

где β – коэффициент затухания;

ω' – циклическая частота затухающих колебаний.

Эти величины выражаются через параметры колебательной системы по следующим формулам:

$$\left.\begin{aligned} \omega' &= \sqrt{\omega_0{}^2 - \beta^2} \\ \omega_0 &= \frac{1}{\sqrt{LC}} \\ \beta &= \frac{R}{2L} \end{aligned}\right\} \Rightarrow \omega' = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}} \,. \quad (3)$$

Подставим (20.143) в (20.142) и продифференцируем:

$$\begin{aligned} i(t) &= -\beta q_m e^{-\beta t}\cos\omega' t - q_m \omega' e^{-\beta t}\sin\omega' t = \\ &= q_m e^{-\beta t}\left(\beta\cos\omega' t + \omega' \sin\omega' t\right). \end{aligned} \quad (4)$$

Подставим числовые значения в (3) и выполним вычисления:

$$\omega' = \sqrt{\frac{1}{0,23\cdot 7\cdot 10^{-6}} - \frac{40^2}{4\cdot 0,23^2}} = 783 = 249\pi \text{ с}^{-1};$$

$$\beta = \frac{40}{2\cdot 0,23} = 87 \text{ с}^{-1}.$$

Результаты подставим в (4) и получим закон изменения тока:

$$i(t) = -5,6\cdot 10^{-4} e^{-87t}\left[87\cos\left(249\pi t\right) + 783\sin\left(249\pi t\right)\right] \text{(А)}.$$

Домашние задания

Задача 6-06

Электрический колебательный контур настроен на длину волны λ (электромагнитная волна распространяется в среде с диэлектрической проницаемостью ε и магнитной проницаемостью μ). Индуктивность катушки в контуре равна L. Добротность колебательного контура равна Q. Величина активного сопротивления, включенного в цепь контура, равна R. Определите неизвестную величину.

Шифр	λ,м	L ,мкГн	Q	R , Ом	ε	μ
1	380	490	65	?	1	1
2	?	600	50	37,4	2	1
3	428	?	80	50	4	1
4	600	1816	?	70	1	1
5	200	800	81,5	40	?	1

Задача 6-07

Электрический колебательный контур состоит из индуктивности L, емкости C и сопротивления R. Добротность контура равна Q. За время t разность потенциалов на обкладках конденсатора уменьшается в N раз. Определите неизвестную величину.

Шифр	L, Гн	C, мкФ	R, Ом	N	t ,с	Q
1	10^{-2}	0,405	2	?	$4 \cdot 10^{-4}$	-
2	0,5	-	?	1,04	$2 \cdot 10^{-4}$	-
3	10^{-2}	0,405	2	-	-	?
4	0,1	?	2	-	-	78,6
5	0,05	-	4	3	?	-

Задача 6-08

Электрический колебательный контур имеет емкость C и индуктивность L. Логарифмический декремент затухания равен λ. За промежуток времени t вследствие затухания начальная энергия контура уменьшается в N раз. Определите неизвестную величину.

Шифр	C, нФ	L, Гн	λ	N	t, мс
1	1,1	$5 \cdot 10^{-3}$	0,005	100	?
2	?	$1 \cdot 10^{-3}$	0,001	10	6,79
3	0,88	?	0,002	1000	1,0
4	1,5	$9{,}65 \cdot 10^{-6}$	?	50	10
5	1,1	$1 \cdot 10^{-3}$	$1{,}48 \cdot 10^{-4}$	?	1,0

Задача 6-09

Электрический колебательный контур состоит из конденсатора емкостью C и катушки индуктивностью L. Логарифмический декремент затухания равен λ. Величина активного сопротивления контура равна *R*. Определите неизвестную величину.

Шифр	C, мкФ	L, Гн	λ	β, $с^{-1}$	R, Ом
1	0,2	$5{,}07\cdot10^{-3}$	?	-	-
2	-	$5{,}07\cdot10^{-3}$	-	$1{,}09\cdot10^{3}$	?
3	0,4	?	0,22	-	11,1
4	?	$1{,}01\cdot10^{-2}$	0,05	$1{,}09\cdot10^{3}$	-
5	332	$5{,}07\cdot10^{-3}$	0,01	?	-

Задача 6-10

Колебательный контур состоит из конденсатора емкостью *C* и катушки с индуктивностью *L* и сопротивлением *R*. Добротность контура равна *Q*. Контур на настроен на длину волны λ. Определите неизвестную величину.

Шифр	C, пФ	L, мкГн	R, Ом	Q	λ, м
1	3600	-	9,6	45	?
2	-	38	5,3	85	?
3	-	490	?	65	380
4	900	-	?	95	170
5	68	-	1,2	?	35

ГЛАВА 7. ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ВОЛНЫ

7.1. Основные законы, уравнения и формулы

Электромагнитные волны (ЭМВ) – процесс распространения в пространстве электромагнитного поля, характеризующийся периодическим изменением и периодическим взаимопревращением компонент $\vec{E}$ и $\vec{B}$ электромагнитного поля.

Дифференциальные волновые уравнения электромагнитной волны:

$$\begin{cases} \Delta\vec{E} = \dfrac{1}{u^2}\dfrac{\partial^2\vec{E}}{\partial t^2}, \\ \Delta\vec{B} = \dfrac{1}{u^2}\dfrac{\partial^2\vec{B}}{\partial t^2}. \end{cases} \tag{7.1.1}$$

Решения дифференциальных уравнений – уравнения электромагнитной волны:

$$\left.\begin{aligned} E &= E_m\cos(\omega t - \vec{k}\vec{r}), \\ B &= B_m\cos(\omega t - \vec{k}\vec{r}). \end{aligned}\right\} \tag{7.1.2}$$

Скорость электромагнитной волны в общем случае:

$$u = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0\mu\varepsilon}}. \tag{7.1.3}$$

Скорость электромагнитной волны в вакууме:

$$c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}} = 3\cdot 10^8 \text{ м/с}. \tag{7.1.4}$$

$$u = \lambda\cdot\nu = \lambda / T \tag{7.1.5}$$

где λ – длина волны, ν – частота колебаний в волне, T –период колебаний в волне.

7.2. Эффект Доплера в оптике

Эффект Доплера заключается в том, что при относительном движении источника и приемника в среде частота ν *принимаемой упругой волны отличается от частоты* ν_0 *испускаемой упругой волны.*

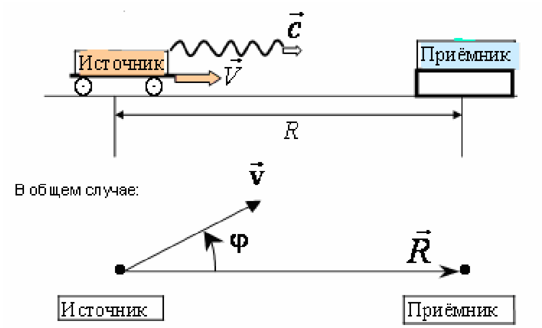


Рис. 7.1.

В оптике частоты принятых и переданных волн будут связаны между собой *формулой эффекта Доплера*:

$$\nu = \nu_0 \cdot \frac{1}{\gamma} \cdot \frac{1}{(1 \mp \beta)} \qquad (7.2.1)$$

где знак «+» соответствует случаю взаимного удаления источника и приемника; знак «–» – случаю сближения источника и приемника.

В общем случае

$$\nu = \nu_0 \frac{1}{\gamma(1 - \beta\cos\varphi)}, \qquad (7.2.2)$$

где $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}$ – релятивистский фактор, $\beta = \frac{V}{c}$, φ – угол между вектором $\vec{V}$ и вектором $\vec{R}$, соединяющим источник с приемником.

Примеры решения задач

Пример 7.1. Приемник радиолокатора регистрирует частоту биений $\Delta\nu = 4$ кГц. Определите скорость приближающейся к локатору ракеты, если передатчик локатора работает на частоте $\nu_0 = 600$ МГц.

Решение

Доплеровское смещение частоты (частота биений) есть разность между частотой ν_2 регистрируемого приемником локатора сигнала, отраженного от движущейся ракеты, и частотой сигнала ν_0, излучаемого источником (передатчиком локатора):

$$\Delta\nu = \nu_2 - \nu_0. \tag{1}$$

Частота сигнала в системе отсчета, связанной с движущейся ракетой, равна

$$\nu_1 = \nu_0 \frac{1}{\gamma(1-\beta\cos\varphi)}, \tag{2}$$

где

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}. \tag{3}$$

Частота сигнала, регистрируемого приемником локатора, равна

$$\nu_2 = \nu_1 \frac{1}{\gamma(1-\beta\cos\varphi)}. \tag{4}$$

При приближении ракеты к локатору угол φ между вектором $\vec{v}$ и вектором $\vec{R}$ (см. рис. 7.1) равен нулю.

Тогда с учетом (2) и (3) формула (4) может быть записана в виде:

$$\nu_2 = \nu_0 \frac{1}{\gamma^2(1-\beta)^2} = \nu_0 \frac{1-\beta^2}{(1-\beta)^2} = \nu_0 \frac{1+\beta}{1-\beta}. \tag{5}$$

Таким образом, частота биений (1) равна:

$$\Delta\nu = \nu_2 - \nu_0 = \nu_0 \left(\frac{1+\beta}{1-\beta} - 1 \right) = \nu_0 \frac{1+\beta-1+\beta}{1-\beta} = \nu_0 \frac{2\beta}{1-\beta},$$

отсюда

$$\beta = \frac{v}{c} = \frac{\Delta\nu}{2\nu_0 + \Delta\nu}.$$

Искомая скорость ракеты:

$$v = \frac{c\Delta\nu}{2м_0 + \Delta\nu}.$$

Подставим числовые значения и выполним вычисления:

$$v = \frac{3 \cdot 10^8 \cdot 4 \cdot 10^3}{2 \cdot 6 \cdot 10^8 + 4 \cdot 10^3} \approx 1 \text{ км/с.}$$

Домашние задания

Задача 7-01

В однородной и изотропной среде с диэлектрической проницаемостью ε и магнитной проницаемостью μ распространяется плоская электромагнитная волна. Амплитуда вектора напряженности электрического поля волны равна E_m. Амплитуда вектора магнитной индукции равна B_m. Скорость волны в среде равна *u*. Определите неизвестную величину.

Шифр	ε	μ	E_m ,В/м	B_m , нТл	*u*, м/с
1	3	1	?	57,7	-
2	2	-	10	?	-
3	-	-	8	47,1	
4	3	?	-	-	$1{,}73 \cdot 10^8$
5	?	1	5	28,9	-

Задача 7-02

Плоская электромагнитная волна, вектор напряженности электрического поля которой изменяется по закону $E_z = E_m \cos(\omega_0 t + kx)$ (В/м), распространяется в среде, диэлектрическая проницаемость которой равна ε , а магнитная проницаемость среды равна μ. Амплитуда вектора магнитной индукции равна B_m. Определите неизвестную величину.

Шифр	E_m ,В/м	ω_0, с$^{-1}$	k ,м$^{-1}$	ε	μ	B_m , нТл
1	200	$6{,}28 \cdot 10^8$	4,55	?	1	-
2	?	-	-	4,72	1	724
3	-	?	9,1	2	1	-
4	-	$1{,}93 \cdot 10^9$	?	3	1	-
5	100	-	-	1	1	?

Задача 7-03

Космическая частица удаляется от Земли со скоростью V. Относительная скорость частицы равна β. Частота электромагнитных волн, излучаемых частицей, равна ν_0. Доплеровское смещение частоты волны, воспринимаемой приемником на Земле, равно $\Delta\nu$. Частота волны, принимаемой на Земле, равна ν. Определите неизвестную величину.

Шифр	V, Мм/с	ν_0, МГц	ν, МГц	$\Delta\nu$, МГц	β
1	3	30	-	?	-
2	-	?	-	0,299	0,05
3	-	6,16	?	-	0,01
4	?	20	6,06	-	-
5	30,0	-	30	?	

Задача 7-04

При изучении спектра излучения некоторой туманности длина волны λ_0 линии излучения водорода оказалась смещенной на $\Delta\lambda$ (*красное смещение*). Длина волны линии излучения водорода, воспринимаемой на Земле, равна λ. Скорость движения туманности относительно Земли равна V. Относительная скорость туманности равна β. Определите неизвестную величину.

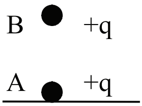
Шифр	λ_0, нм	$\Delta\lambda$, нм	V, Мм/с	λ, нм	β
1	656,3	2,5	?	-	-
2	?	-	15	600	-
3	571	?	-	-	0,05
4	400	-	-	500	?
5	489	-	-	?	0,22

ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ ПОДГОТОВКИ

Электрическое поле

Задача 1

На упругий шарик А, несущий заряд $+q$ и закрепленный неподвижно, начинает падать с высоты H с начальной скоростью, равной нулю, такой же шарик В и после упругого удара о шарик А подскакивает вверх. Как высоко поднимается шарик В, если он так же заряжен зарядом $+q$?



(Ответ: $h=H$)

Задача 2

Конденсатор подключен к аккумулятору. Раздвигая пластины конденсатора, мы преодолеваем силы электростатического притяжения между его пластинами и, следовательно, совершаем положительную работу. На что идет эта работа? Что происходит с энергией конденсатора?

Задача 3

Два металлических шарика радиусов r и R находятся один от другого на расстоянии значительно большем их радиусов. Шарики несут одинаковые электрические заряды q. Каковы будут их заряды, если их соединить проволокой?

(Ответ: $q_R = 2q\dfrac{R}{r+R}$, $q_r = 2q\dfrac{r}{r+R}$)

Задача 4

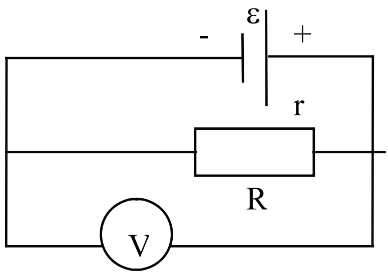
Два электрона, находящиеся на бесконечно большом расстоянии один от другого, начинают двигаться навстречу друг другу, причем скорости их V_0 в этот момент одинаковы по величине и противоположны по направлению. Определите наименьшее расстояние между электронами, если V_0=106 м/с, e=1,6·10^{-19} Кл, m=9·10^{-31} кг.

(Ответ: r = 2,5·10^{-8} см)

Постоянный ток

Задача 5

Электрическая цепь изображена на рисунке. R=10 Ом, r =1 Ом, сопротивление вольтметра R_v=200 Ом. Вычислить относительную погрешность показаний вольтметра, которая получается в предположении, что вольтметр имеет бесконечно большое сопротивление и, следовательно, не вносит искажений в цепь.



(Ответ: f=0,0045)

Задача 6

Вольтметр, включенный последовательно с сопротивлением 70 Ом, показывает напряжение 100 В при напряжении в цепи 240 В. Что покажет вольтметр, если его включить последовательно с сопротивлением 35 кОм в ту же сеть?

(Ответ: 0,34 В.)

Задача 7

Зашунтированный амперметр измеряет токи до 10 А. Какой наибольший ток может измерить этот прибор без шунта, если сопротивление амперметра 0,02 Ом и сопротивление шунта 0,005 Ом?

(Ответ: 2А)

Задача 8

Определите плотность j электрического тока в медном проводнике (удельное сопротивление меди ρ=17 нОм·м), если удельная тепловая мощность тока ω=1,7 Дж/м^2·с).

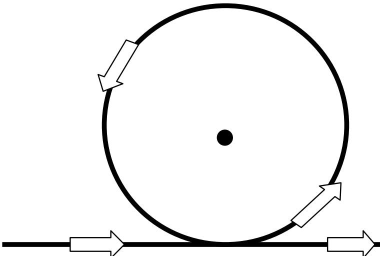
(Ответ: j=10 кА/м^2)

Электромагнетизм

Задача 9

Бесконечно длинный тонкий проводник, изготовленный из *неизолированного* провода, образует плоскую «мертвую петлю» радиусом 10 см (рис.11). Определите индукцию магнитного поля, создаваемого током 50 А в центре петли.

(Ответ : 414 мкТл.)



Задача 10

Магнитное поле создано бесконечно длинным проводником с током 100 А. На расстоянии 10 см от проводника находится точечный диполь, вектор магнитного момента которого, по модулю равный 1 $мА\cdot м^2$, лежит в одной плоскости с проводником и перпендикулярен ему. Определите силу, действующую на магнитный диполь.

(Ответ: 2 мкН.)

Задача 11

Электрон в невозбужденном атоме водорода движется вокруг ядра по окружности радиусом 53 пм. Вычислить магнитный момент эквивалентного кругового тока и механический момент, действующий на круговой ток, если атом помещен в магнитное поле, линии индукции которого параллельны плоскости орбиты электрона. Магнитная индукция поля равна 0,1 Тл.

(Ответ: $9{,}4\cdot10^{-24}$ $А\cdot м^2$; $9{,}4\cdot10^{-25}$ Н·м.)

Задача 12

Два длинных параллельных провода находятся на расстоянии 10 см один от другого. По проводам текут в одном направлении токи 20 А и 30 А. Найдите индукцию магнитного поля в точке, находящейся на расстоянии 10 см от обоих проводов.

(Ответ: 87,2 мкТл.)

Задача 13

Два бесконечно длинных провода скрещены под прямым углом. По проводам текут токи 30 А и 40 А. Расстояние между проводами равно 20 см. Найдите индукцию магнитного поля в точке, равноудаленной от обоих проводов на расстояние 20 см.

(Ответ: 50 мкТл.)

Задача 14

В горизонтальном магнитном поле с напряженностью 7940 А/м находится горизонтально расположенный проводник, причем направление проводника перпендикулярно направлению магнитного поля. Какой ток должен идти по проводнику, чтобы он висел, не падая? Известно, что масса участка проводника длиною в 1 см равна 0,1 г.

(Ответ: I=9,8 А)

Задача 15

Короткозамкнутая катушка, состоящая из 1000 витков проволоки, помещена в магнитное поле, направленная вдоль оси катушки. Площадь поперечного сечения катушки 4 см^2, ее полное сопротивление 160 Ом. Найти мощность джоулевых потерь, если магнитное поле равномерно изменяется со скоростью 10^{-3} Тл/с.

(Ответ: W=10^{-9} Вт)

Задача 16

В однородном магнитном поле с индукцией B=0,2 Тл равномерно вращается катушка, содержащая N=600 витков, с частотой n=6 с$^{-1}$. Площадь S поперечного сечения катушки 100 см^2. Ось вращения перпендикулярна оси катушки и направлению магнитного поля. Определите максимальную ЭДС. индукции вращающейся катушки.

(Ответ: $\mathcal{E}_i^{\max}$ =45,2 В)

Приложение

Основные физические величины и единицы их измерения

В науке и технике используются единицы измерения физических величин, образующие определенные системы. В основу совокупности единиц, устанавливаемой стандартом для обязательного применения, положены единицы Международной Системы /СИ/.

Международная система /СИ/ построена на 6 основных единицах /метр, килограмм, секунда, кельвин, ампер, кандела/ и 2 дополнительных /радиан, стерадиан/. В окончательной редакции проекта стандарта «Единицы физических величин» приведены: единицы системы СИ; единицы, допускаемые к применению наравне с единицами СИ /например: тонна, минута, час, градус Цельсия, градус, минута, секунда, литр, киловатт-час, оборот в секунду, оборот в минуту/; единицы системы СГС и другие единицы, применяемые в теоретических разделах физики и астрономии /световой год, парсек, барн, электрон-вольт/; единицы, временно допускаемые к применению такие, как: ангстрем, килограмм-сила, килограмм-сила-метр, килограмм-сила на квадратный сантиметр/ миллиметр ртутного столба, лошадиная сила, калория, килокалория, рентген, кюри. Важнейшие из этих единиц и соотношения между ними приведены в табл. 1.

Сокращенные обозначения единиц, приведенные в таблицах, применяются только после числового значения величины или в заголовках граф таблиц. Нельзя применять сокращенные обозначения вместо полных наименований единиц в тексте / без числового значения величин/. При использовании как русских, так и международных обозначений единиц используется прямой шрифт; обозначения /сокращенные/ единиц, названия которых даны по именам ученых /Ньютон, Паскаль, Ватт и т.д./ следует писать с заглавной буквы /Н, Па, Вт/; в обозначениях единиц точку как знак сокращения не применяют. Обозначения единиц, входящих в произведение, разделяются точками как знаками умножения; в качестве знака деления применяют обычно косую черту; если в знаменатель входит произведение единиц, то оно заключается в скобки.

Для образования кратных и дольных единиц используются десятичные приставки /табл. 2/. Особенно рекомендуется применение приставок, представляющих собой степень числа 10 с показателем, кратным трем. Целесообразно использовать дольные и кратные единицы, образованные от единиц СИ и приводящие к числовым значениям, лежащим между 0,1 и 1000 /например: 17000 Па следует записать как 17 кПа/. Не допускается присоединять две или более приставок к одной единице /например: 10^{-9} м следует записать как 1 нм/.

Для образования единиц массы приставку присоединяют к основному наименованию “грамм” /например: 10^{-6} кг=10^{-3} г=1мг/. Если сложное наименование исходной единицы представляет собой произведение или дробь, то приставку присоединяют к наименованию первой единицы /например кН·м/. В необходимых случаях допускается в знаменателе применять дольные единицы длины, площади и объема /например В/см/.

В таблице 3 приведены основные физические и астрономические постоянные.

Таблица 1

Единицы измерения физических величин
в системе СИ и их соотношение с другими единицами

Наименование величин	Единицы измерения	Сокращенное обозначение	Размер	Внесистемные единицы
1	2	3	4	5
Основные единицы				
Длина	метр	м		1 Å=10^{-10}м 1св.год=$9{,}46\cdot10^{15}$м 1ч=3600с 1мин=60с 1^0С=1К
Масса	килограмм	кг		
Время	секунда	с		
Температура	кельвин	К		
Сила тока	ампер	А		
Сила света	кандела	кд		
Дополнительные единицы				
Плоский угол	радиан	рад		$1^0=\pi/180$рад $1'=\pi/108\cdot10^{-2}$рад $1''=\pi/648\cdot10^{-3}$рад Полный телесный угол=4π ср
Телесный угол	стерадиан	ср		
Производные единицы				
Частота	герц	Гц	$с^{-1}$	1об/с=2π рад/с 1об/мин= =0,105рад/с1л=10^{-3} $м^3$ 1км/ч=0,278 м/с
Угловая скорость	радиан в секунду	рад/с	$с^{-1}$	
Объем	кубический метр	$м^3$	$м^3$	
Скорость	метр в секунду	м/с	$м\cdot с^{-1}$	
Плотность	килограмм на кубический метр	$кг/м^3$	$кг\cdot м^{-3}$	
Сила	ньютон	Н	$кг\cdot м\cdot с^{-2}$	

Продолжение табл. 1

1	2	3	4	5
Работа, энергия, количество тепла	джоуль	Дж (Н·м)	$кг \cdot м^2 \cdot с^{-2}$	$1эВ=1{,}6 \cdot 10^{-19}Дж$ $1кВт \cdot ч=3{,}6 \cdot 10^6Дж$
Мощность	ватт	Вт (Дж/с)	$кг \cdot м^2 \cdot с^{-3}$	1л.с.=735Вт
Давление	паскаль	Па ($Н/м^2$)	$кг \cdot м^{-1} \cdot с^{-2}$	$1атм=0{,}981 \cdot 10^5Па$ 1мм.рт.ст.=133Па 1атм=760мм.рт.ст= $=1{,}013 \cdot 10^5Па$
Момент силы	ньютон-метр	Н·м	$кг \cdot м^2 \cdot с^{-2}$	
Момент инерции	килограмм-метр в квадрате	$кг \cdot м^2$	$кг \cdot м^2$	
Динамическая вязкость	паскаль-секунда	Па·с	$кг \cdot м^{-1}с^{-1}$	
Кинематическая вязкость	квадратный метр на секунду	$м^2/с$	$м^2 \cdot с^{-1}$	
Теплоемкость системы	джоуль на кельвин	Дж/К	$кг \cdot м^2 \cdot с^{-2} \cdot К^{-1}$	
Удельная теплоемкость	джоуль на килограмм-кельвин	Дж/(кг·К)	$м^2 \cdot с^{-2} \cdot К^{-1}$	
Электрический заряд	кулон	Кл	А·с	

Продолжение табл. 1

1	2	3	4	5
Потенциал, электрическое напряжение	вольт	В	кг·м^{2}·с$^{-3}$·А$^{-1}$	
Напряженность электрического поля	вольт на метр	В/м	кг·м·с$^{-3}$·А$^{-1}$	
Электрическое смещение /электрическая индукция/	кулон на квадратный метр	Кл/м^{2}	м$^{-2}$·с·А	
Электрическое сопротивление	ом	Ом (В/А)	кг·м^{2}·с$^{-3}$·А$^{-2}$	
Электрическая емкость	фарад	Ф (Кл/В)	кг$^{-1}$·м^{2}·с^{4}·А^{2}	
Магнитный поток	вебер	Вб (В·с)	кг·м^{2}·с$^{-2}$·А$^{-1}$	
Магнитная индукция	тесла	Тл (Вб/м^{2})	кг·с$^{-2}$·А$^{-1}$	
Напряженность магнитного поля	ампер на метр	А/м	м$^{-1}$·А	
Индуктивность	генри	Гн (Вб/А)	кг·м^{2}·с$^{-2}$·А$^{-2}$	
Световой поток	люмен	лм	кд	
Яркость	кандела на квадратный метр	кд/м^{2}	м$^{-2}$·кд	
Освещенность	люкс	лк	м$^{-2}$·кд	

Таблица 2

Приставки для образования наименований кратных и дольных единиц

кратность	приставка		дольность	приставка	
	название	обозначение		название	обозначение
10^{12}	тера	Т	10^{-1}	деци	д
10^{9}	гига	Г	10^{-2}	санти	с
10^{6}	мега	М	10^{-3}	милли	м
10^{3}	кило	к	10^{-6}	микро	мк
10^{2}	гекто	г	10^{-9}	нано	н
10^{1}	дека	да	10^{-12}	пико	п
			10^{-15}	фемто	ф
			10^{-15}	атто	а

Таблица 3

Основные физические и астрономические постоянные

Величина	Численное значение
Гравитационная постоянная	γ=6,67·10^{-11} кг$^{-1}$·м^{3}·с$^{-2}$
Нормальное ускорение свободного падения	g_0=9,81 м·с$^{-2}$
Радиус Земли	$R_з$=6,37·10^{6} м
Радиус Солнца	$R_с$=6,95·10^{8} м
Радиус земной орбиты	$R_о$=1,49·10^{11} м
Постоянная Больцмана	k=1,38·10^{-23} Дж·К$^{-1}$
Число Авогадро	N_0=6,02·10^{26} кмоль$^{-1}$
Универсальная газовая постоянная	R=8,31·10^{3} Дж·кмоль$^{-1}$·К$^{-1}$
Абсолютный нуль температур	0 К=-273,15^{0}С
Молярный объем идеального газа при нормальных условиях	V_0=22,4 м^{3}·кмоль$^{-1}$
Скорость света в вакууме	c=3·10^{8}м·с$^{-1}$
Электрическая постоянная	ε_0=8,85·10^{-12}Ф·м$^{-1}$=1/4π·9·10^{9} Ф·м$^{-1}$
Магнитная постоянная	μ_0=12,6·10^{-7} Г·м$^{-1}$=4π·10^{-7}Г·м$^{-1}$
Элементарный электрический заряд	e=1,6·10^{-19} Кл
Число Фарадея	F=9,65·10^{7} Кл·кмоль$^{-1}$
Масса покоя электрона	m_e=9,11·10^{-31} кг
Масса покоя протона	m_p=1,67·10^{-27} кг
Атомная единица массы	а.е.м.=1,66·10^{-27} кг
Постоянная Планка	h=6,62·10^{-34} Дж·с
Постоянная Стефана-Больцмана	σ=5,67·10^{-8} Вт·м$^{-2}$·К$^{-4}$
Постоянная в законе смещения Вина	b=0,29·10^{-2} м·К
Постоянная Ридберга	R_∞=1?097·10^{7} м$^{-1}$
Магнетон Бора	μ_B=9,27·10^{-24} А.м^{2}

Библиографический список

Основная литература

1. Савельев И.В. Курс общей физики. В 5 томах. Том 3. Электричество и магнетизм. Учебное пособие. Лань, 2007.

2. Волькенштейн В.С. Сборник задач по общему курсу физики. – СПб.: Спец. лит. 2005. – 327с.

Дополнительная литература:

Рахштадт Ю.А. Учебное пособие по физике: Часть 3 «Силовые поля». Издательский Дом МИСИС. 174 с. 2009 г

Рахштадт Ю.А. Учебное пособие по физике: Часть 4 «Колебания и волны». Издательский Дом МИСИС.126 с. 2009 г.

Медников О.И., Пташинский В.В, Ушакова О.А.. ФИЗИКА. Задания и методические указания (для всех специальностей). 1997 г.

4. Капуткин Д.Е., Рахштадт Ю.А. Пособие для самостоятельной подготовки студентов вечернего факультета по курсу «Электростатика».1999 г.

5. Капуткин Д.Е., Рахштадт Ю.А. Пособие для самостоятельной подготовки студентов вечернего факультета по курсу «Магнетизм».1999 г.

6. Капуткин Д.Е., Рахштадт Ю.А. Пособие для самостоятельной подготовки студентов вечернего факультета по курсу «Электродинамика».1999 г.

Электронный контент

1. Рахштадт Ю.А., Наими Е.К., Уварова И.Ф.

Конспект лекций «Электромагнетизм». http://www.misis.ru/ru/1353

2. Рахштадт Ю.А. Мультимедийный интерактивный электронный учебник для смешанного обучения по курсу «Общая физика». http://econom.misis.ru. 2011 г.

3. Рахштадт Ю.А. Справочные материалы к учебной общеуниверситетской дисциплине «Физика» (глоссарий), http://www.misis.ru/ru/1311

Учебное издание

Капуткин Дмитрий Ефимович
Пташинский Виктор Васильевч
Рахштадт Юрий Александрович

ЭЛЕКТРИЧЕСТВО И МАГНЕТИЗМ

Учебное пособие
для практических занятий по физике

Часть 2

Компьютерная верстка *А.С. Анциферовой*

Подписано в печать 00.00.13	Бумага офсетная	
Формат $60 \times 90\ ^1/_{16}$	Печать офсетная	Уч.-изд. л. 5,6
Рег. № 455	Тираж 400 экз.	Заказ 3997

Национальный исследовательский
технологический университет «МИСиС»,
119049, Москва, Ленинский пр-т, 4

Издательский Дом МИСиС,
119049, Москва, Ленинский пр-т, 4
Тел. (495) 638-45-22

Отпечатано в типографии Издательского Дома МИСиС
119049, Москва, Ленинский пр-т, 4
Тел. (499) 236-76-17, тел./факс (499) 236-76-35